Oppgaver runde 1: 5. november – 5. desember 2024

Maksimal tid som kan brukes i elevgruppa/klassen er 60 minutter.

Om flere elevgrupper fra samme skole deltar, oppfordrer vi til at konkurransen gjennomføres samtidig for alle gruppene/klassene.

For å oppnå størst mulig deltakelse kan klassen organiseres i grupper. Hver gruppe prøver å løse alle oppgavene, men de ulike gruppene kan begynne på forskjellige steder i oppgavesettet.

Læreren kan tegne opp et skjema på tavla over alle oppgavene og de ulike gruppene. Da ser en fort hvor svarene eventuelt skiller seg og hvor elevene må bruke noe tid på å diskutere seg frem til et felles svar.

Alle hjelpemidler er tillatt, unntatt Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.

Totalt kan man få 30 poeng for oppgavesettet, maksimalt 5 poeng per oppgave. Det er ikke nødvendig å skrive begrunnelse på andre oppgaver enn de som ber om det.

Lykke til

Oppgave 1: Vannmelonen

På denne oppgaven skal det begrunnelse for hvordan dere kommer frem til svaret. Det er mulig å legge ved begrunnelsen som et bilde.

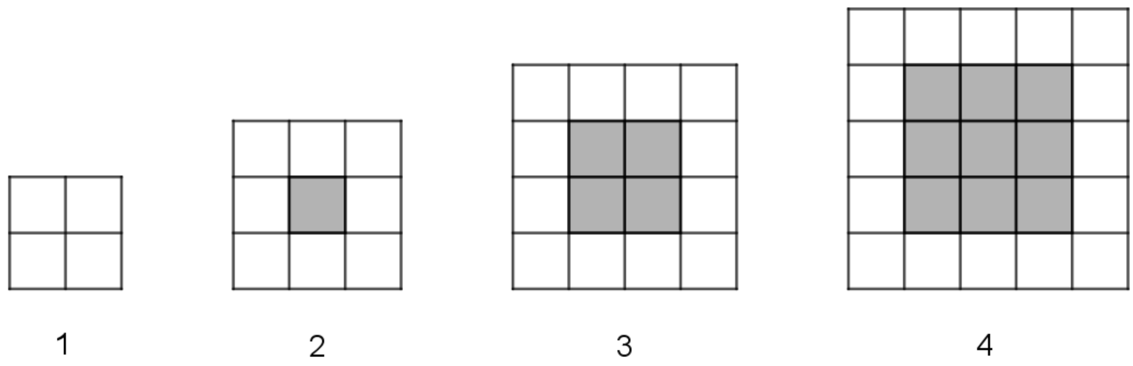
En vannmelon veier 400 g og inneholder 95 % vann.
Tjue dager seinere har andelen vann sunket til 90 %.
Hvor mye veier vannmelonen da?

Oppgave 2: Hvor mange ganger?

For de naturlige tallene 1, 2, … , 100, hvor mange ganger brukes sifferet 6?
Hva hvis vi øker til 1000? Hvor mange ganger brukes sifferet 6 for tallene 1, 2, … , 1000 ?

Oppgave 3: Grå småruter

Med «småruter» mener vi de minste kvadratene i figurene, som det f.eks. er fire av i figur 1.



a) Hvor mange *grå* småruter er det i figur nr. 7?

b) Hvor mange *grå* småruter er det i figur nr. n?

Oppgave 4: Kvadrattall

De naturlige tallene 1, 2, … , 15 skal skrives ved siden av hverandre slik at følgende er oppfylt: Summen av to tall som står ved siden av hverandre skal alltid være et kvadrattall. Alle tallene skal brukes.

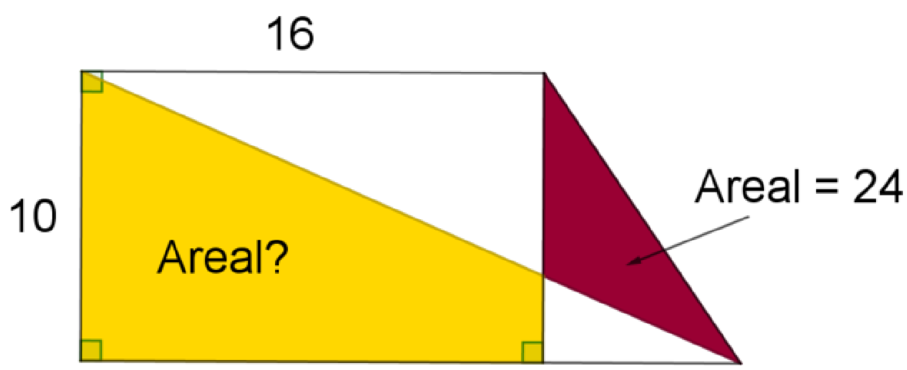
Oppgave 5: Hvor lang er streken?

Det stiplede linjestykket og den svarte streken (som består av ti linjestykker) danner i alt sju likesidede trekanter. Det stiplede linjestykket er 20 cm. Hvor lang er den svarte streken?

Oppgave 6: Det gule arealet

På denne oppgaven skal det begrunnelse for hvordan dere kommer frem til svaret. Det er mulig å legge ved begrunnelsen som et bilde.

Hvor stort er det gule arealet?



Løsningsforslag oppgaver runde 1

Oppgave 1: Vannmelonen

Den veier nå 200 g.

Beregninger:

Før tørkeperioden var 95 % av 400 g vann, altså $0{,}95 \cdot 400$ g = 380 g.
Det er med andre ord 20 g av melonen som ikke er vann.

Etter tørkeperioden er det fortsatt 20 g som ikke er vann, men dette utgjør nå 10 % av vannmelonen, og 90 % av den er da vann. 100 % er 10 ganger så mye som 20 g, altså 200 g.

Oppgave 2: Hvor mange ganger?

1 – 100: Sifferet 6 er i bruk 20 ganger.

Beregninger:

Innenfor hver tier er det én forekomst av sifferet 6 på enerplass, altså i alt 10 slike. I tillegg kommer de 10 forekomstene av sifferet 6 på tierplass i området 60 – 69, i alt 10 + 10 = 20.

1 – 1000: Sifferet 6 er i bruk 300 ganger.

Beregninger:

Innenfor hver hundrer er det (som vi nettopp har vist) 20 forekomster av sifferet 6 på ener- og tierplass, altså i alt 200 slike. I tillegg kommer de 100 forekomstene av sifferet 6 på hundreplass i området 600 – 699, i alt 200 + 100 = 300.

Oppgave 3: Grå småruter

a)

Det er 36 grå småruter i figur nr. 7.

Beregninger:

Antall grå småruter er henholdsvis $0 = 0^2$, $1 = 1^2$, $4 = 2^2$ og $9 = 3^2$ i figurene 1, 2, 3 og 4. Disse kjenner vi igjen som kvadrattall med nummer «én mindre» enn figurenes numre. Antall grå småruter i figur nr. 7 er dermed $6^2 = 6 \cdot 6 = 36$.

b)

Det er $(n - 1)(n - 1)$ grå småruter i figur nr. n.

Her gjelder samme begrunnelse som i a).

$(n - 1)(n - 1) = (n - 1)^2 = n2 - 2n + 1$.)

Alternativt kan man se figuren som kvadrattall minus kantene (de hvite smårutene):

$(n+1)^2 - 4n = n^2 - 2n + 1$

Oppgave 4: Kvadrattall

Tallene kan settes opp slik:

8 1 15 10 6 3 13 12 4 5 11 14 2 7 9

(Alternativt i stikk motsatt rekkefølge.)

Beregninger:

Det kan være en lur strategi å skrive opp alle mulige summer som gir kvadrattall:

$1 + 3 = 4 = 22$

$1 + 8 = 9 = 32 = 2 + 7 = 3 + 6 = 4 + 5$

$1 + 15 = 16 = 42 = 2 + 14 = 2 + 13 = 4 + 12 = 5 + 11 = 6 + 10 = 7 + 9$

$10 + 15 = 25 = 52 = 11 + 14 = 12 + 13$

Større kvadrattall er det ikke mulig å oppnå her, siden $14 + 15 = 29 < 36$.

Kikker vi etter, ser vi at tallene 8 og 9 kun forekommer som ledd ett sted hver. Dette forteller oss at 8 og 9 må stå i hver sin ende. Nabotallene på listen må være henholdsvis 1 og 7, og så arbeider vi oss videre inn derfra. (Ser på mulige summer ovenfor, og stryker etter hvert.)

Oppgave 5: Hvor lang er streken?

Den svarte streken er 40 cm lang.

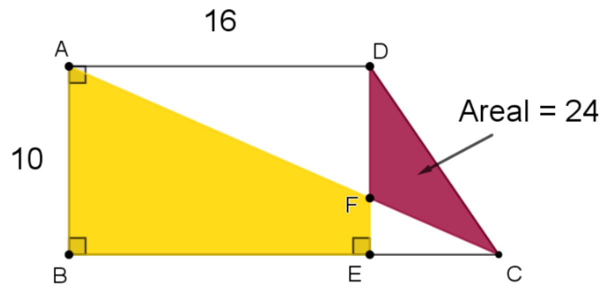
Beregninger:

Hver av de sju likesidede trekantene består av én stiplet side og to heltrukne svarte. Summen av alle de svarte sidene må derfor være dobbelt så stor som summen av alle de stiplede. Og den stiplede summen har vi fått oppgitt å være 20 m. Vi får $2 \cdot 20$ cm = 40 cm.

Oppgave 6: Det gule arealet

Det gule arealet er 104.

Beregninger:



Med AD som grunnlinje og AB som høyde, har trekanten ADC areal lik ½ ·16 · 10 = 80.

Trekant ADF har dermed areal lik 80 – 24 = 56. Arealet av rektangelet ABED er 10 · 16 = 160, og vi finner dermed det gule arealet som differensen 160 – 56 = 104.

(Det fins flere aktuelle metoder. Én kan være å finne EC via arealet til den rosa trekanten, og dermed finne det gule arealet som differensen mellom arealene av ΔBCA og ΔECF. Eller, vi kan utnytte at ΔDAF og ΔECF er formlike.)

Oppgaver runde 2: 6. januar – 29. januar 2025

Maksimal tid som kan brukes i elevgruppa/klassen er 60 minutter.

Om flere elevgrupper fra samme skole deltar, oppfordrer vi til at konkurransen gjennomføres samtidig for alle gruppene/klassene.

For å oppnå størst mulig deltakelse kan klassen organiseres i grupper. Hver gruppe prøver å løse alle oppgavene, men de ulike gruppene kan begynne på forskjellige steder i oppgavesettet.

Læreren kan tegne opp et skjema på tavla over alle oppgavene og de ulike gruppene. Da ser en fort hvor svarene eventuelt skiller seg og hvor elevene må bruke noe tid på å diskutere seg frem til et felles svar.

Alle hjelpemidler er tillatt, unntatt Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.

Totalt kan man få 30 poeng for oppgavesettet, maksimalt 5 poeng per oppgave. Det er ikke nødvendig å skrive begrunnelse på andre oppgaver enn de som ber om det.

Lykke til!

Merk at det er mulig at en eller flere oppgaver har mer enn en løsning.

Oppgave 1: Minutter og sekunder

Eksakt hvor mange minutter og sekunder må en arbeide for å tjene 18 euro dersom lønnen er 12,50 euro pr. time?

Oppgave 2: Sum av påfølgende partall

Summen av fire påfølgende partall er 156. Hvilke partall er det?

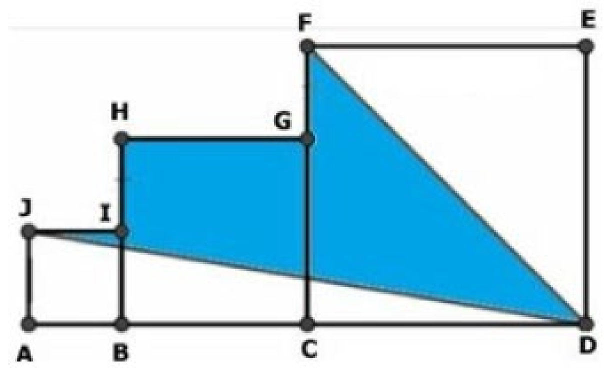
Oppgave 3: Kvadratene

På denne oppgaven skal det gis begrunnelse for hvordan dere kommer frem til svaret. Det er mulig å legge ved begrunnelsen som et bilde.

Figuren nedenfor er satt sammen av tre kvadrater av forskjellige størrelser.

Vi har gitt avstandene **AJ** = **IH** = **GF** = 2 cm.

Beregn arealet av det blå området.



Oppgave 4: Tallfølgen

På denne oppgaven skal det gis begrunnelse for hvordan dere kommer frem til svaret. Det er mulig å legge ved begrunnelsen som et bilde.

Tallene i tallfølgen 2, 3, 6, 8, 8, … får vi på følgende måte:

De to første tallene er 2 og 3. Deretter får vi alltid neste tall i følgen ved å ta siste siffer i produktet av de to foregående tallene.

(For eksempel er det femte tallet 8 fordi $6 \cdot 8 = 48$, og 48 har 8 som siste siffer.)

Hvilket tall står som nummer 2025 i tallfølgen?

Oppgave 5: Statistikk

Sju heltall er gitt å ha følgende egenskaper:

Variasjonsbredden = 9

Gjennomsnittet = 19

Medianen = 21

Typetallet = 23

Finn de sju heltallene.

Oppgave 6: Bokstaver for sifre

Bokstavene A, B, C og D representerer hvert sitt siffer i dette oppstilte addisjonsstykket:

				D
			C	D
		B	C	D
+	A	B	C	D
=	6	6	6	6

Hvilke sifre kan bokstavene stå for?

Løsningsforslag oppgaver runde 2

Oppgave 1: Minutter og sekunder

Eksakt arbeidstid er 86 minutter og 24 sekunder.

Beregninger:

Generelt har vi at lønn er lik arbeidstid multiplisert med timelønn, og av dette følger at arbeidstid er lik lønn dividert på timelønn.

Her: 18 timer : 12,50 euro/time = 1,44 timer.

Dette tilsvarer $1{,}44 \cdot 60$ minutter = 86,4 minutter.

Og vi kan regne om 0,4 minutter til 24 sekunder ved å multiplisere: $0{,}4 \cdot 60$.

Oppgave 2: Sum av påfølgende partall

Partallene er 36, 38, 40 og 42.

Beregninger:

Vi kan kalle det minste partallet for p, og de øvrige blir da $p+2$, $p+4$ og $p+6$. Disse skal ha sum lik 156, dvs $p + p+2 + p+4 + p+6 = 156$, dvs $4p + 12 = 156$. Da følger $4p = 144$, og dermed $p = 36$.

Alternativ strategi: Gjennomsnittet av de fire tallene må være 39 (= 156/4), og dermed ser vi at vi kan bruke de to nærmeste partallene under 39 og de to nærmeste partallene over 39.

Oppgave 3: Kvadratene

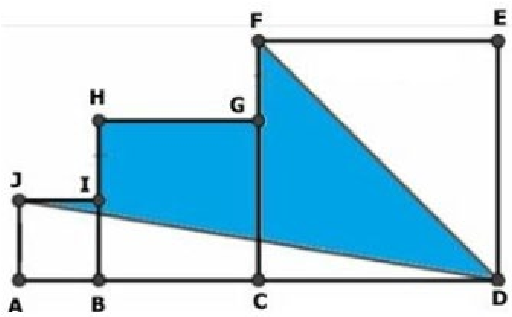
Det blå området har areal lik 26.

Begrunnelse og beregninger:

Av avstandene vi har fått oppgitt, ser vi at de tre kvadratene har sidelengder 2 cm, 4 cm og 6 cm henholdsvis.

Totalt areal av de tre kvadratene er dermed 56 cm^2 ($56 = 2^2 + 4^2 + 6^2 = 4 + 16 + 36$).

Fra dette subtraherer vi arealene av ΔADJ og ΔEFD, som er henholdsvis lik 12 cm^2 (= ½ ·12·2) og 18 cm^2 (= ½ ·6·6), og får (56 – 12 – 18) cm^2 = 26 cm^2.



Oppgave 4: Tallfølgen

Tall nummer 2025 i denne tallfølgen er 6.

Begrunnelse og beregninger:

For å skaffe oss en slags oversikt, regner vi ut følgens tall et stykke utover, og får

2, 3, 6, 8, 8, 4, 2, 8, 6, 8, 8, 4, 2, 8, 6, 8, 8, 4, 2, 8, 6, 8, …

Vi innser nå at sekvensen 6, 8, 8, 4, 2, 8 (seks tall lang) gjentar seg om og om igjen. Det er bare de to innledende «oppstarttallene» 2 og 3 som avviker fra mønsteret.

Ved f.eks å dividere 2023 på 6, finner vi at 2025 kan skrives som $2 + 337 \cdot 6 + 1$, og dette forteller oss at tall nummer 2025 i tallfølgen er det første tallet i forekomst 338 av vår sekvens, altså er dette tallet lik 6.

Oppgave 5: Statistikk

De sju heltallene må være 14, 14, 15, 21, 23, 23 og 23.

Beregninger:

Vi har sju tomme «plasser» å fylle. Siden medianen er 21, kan vi sette tallene opp som

_ _ _ 21 _ _ _

Kaller vi det minste tallet for m, får vi at det største er m+9, siden variasjonsbredden er 9.
Det gir

m _ _ 21 _ _ m+9

Siden typetallet er 23, må vi ha minst to forekomster av 23, kanskje tre. La oss først forsøke oss med *tre*:

14 _ _ 21 23 23 23

(Det minste tallet må nå være m=14, siden m+9 = 23.)

Middelverdien er 19, og dermed må summen av de sju tallene være 133 (= 7 · 19).
De to tallene vi nå mangler må altså har sum 29 (= 133 – 14 – 21 – 23 – 23 – 23). De to tallene må også ligge i intervallet [14, 21], og eneste mulighet er da 14 og 15.

14	14	15	21	23	23	23

Nå gjenstår å vurdere om det er mulig å ha kun *to* forekomster av tallet 23. Vi får da flere aktuelle oppsett å undersøke, nemlig

14	_	_	21	22	23	23

eller

m	_	_	21	23	23	m+9

Den første av disse, krever at de to gjenstående har sum 30 (= 133 – 14 – 21 – 22 – 23 – 23), men det strider mot at 23 er typetall alene, siden 14+16 og 15+15 er de to eneste mulige kombinasjonene som gir sum 30. Altså umulig.

Den andre av de to, forutsetter at m+9 > 23, dvs m > 14. Summen av de to gjenstående tallene må da være mindre enn 27 (= 133 – 15 – 21 – 23 – 23 – 24), men det kan vi ikke få til i vårt sorterte oppsett av sju tall. (Hvis f.eks m=15, må det minste av de to manglende tallene være minst 16, hvilket ikke går fordi 27 – 16 = 11.) Altså umulig.

Oppgave 6: Bokstaver for sifre

Det fins to mulige løsninger:

1) A = 6, B = 3, C = 1, D = 9
2) A = 5, B = 8, C = 1, D = 9

				D
			C	D
		B	C	D
+	A	B	C	D
=	6	6	6	6

Beregninger:

$4 \cdot D$ skal slutte på 6. Da er enten D=4 eller D=9. Vi undersøker disse etter tur.

D=4

Vi får én tier som minnetall, og får da at $3 \cdot C + 1$ må slutte på 6, dvs at $3 \cdot C$ må slutte på 5. Eneste mulighet er da C=5, som gir oss én hundrer i minnetall, dvs $2 \cdot D+1$ må slutte på 6, dvs at $2 \cdot D$ må slutte på 5. Men det er jo umulig, siden $2 \cdot D$ er et partall.

D=9

Vi får nå isteden tre tiere som minnetall, dvs $3 \cdot C + 3$ må slutte på 6, dvs at $3 \cdot C$ må slutte på 3. Eneste mulighet er C=1, og vi får ingen minnetall på hundreplass. Nå må altså $2 \cdot B$ slutte på 6, dvs vi får enten B=3 eller B=8.

B=3 gir ingen minnetall på tusenplass, og da følger A = 6.

B=8 gir én tusener som minnetall, dvs A+1 = 6, dvs A=5.