Semifinale 2018

Semifinaleoppgavene

Fylke: ___________________________________

Oppgave 1 Fjellvandring

En gruppe fjellvandrere startet med den lengste turen, og for hver ny dag på tur gikk de 2 km kortere enn dagen før. Den midterste dagen gikk de 12 km. Hvor mange dager varte turen dersom de gikk 84 km totalt?

Svar: Turen varte _________ dager.

Slik fant vi svaret:

Semifinale 2018

Fylke: ______________________________________

Oppgave 2 Analog klokke

Materiell: En analog klokke som elevene kan stille viserne på.

På en analog klokke beveger både timeviseren og minuttviseren seg kontinuerlig. Et bestemt klokkeslett mellom kl. 12:00 og kl. 13:00 var den minste vinkelen mellom viserne 30°. Så gikk det et kvarter.

Hva kan den minste vinkelen mellom viserne være nå? Angi alle mulige svar.

Svar: Vinkelen kan være ____

Slik fant vi svaret:

Semifinale 2018

Fylke: ___________________________________

Oppgave 3 Brikker i ruteark

Materiell:

- Et A4-ark med kvadrater delt i 6 · 6 ruter til å teste på
- Svarte og hvite brikker

Legg ut svarte og hvite brikker på et brett med 6 · 6 ruter slik at 6 ruter forblir tomme.

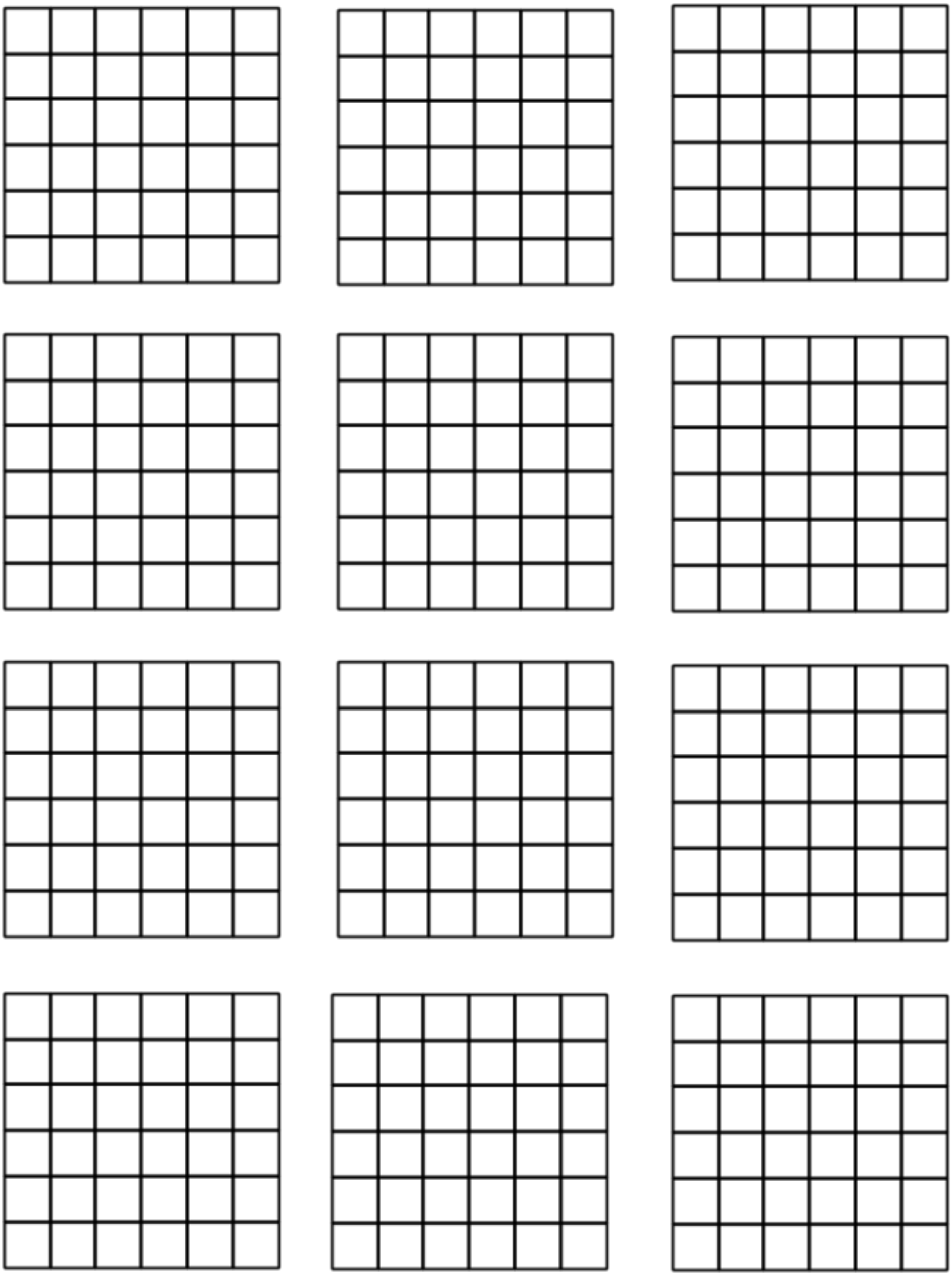
Resten av rutene inneholder en brikke hver.

I hver rad og hver kolonne skal både antall sorte og antall hvite brikker være et partall.

Svar: Skriv S og H i rutene

Semifinale 2018

Arbeidsark til å teste på.



Semifinale 2018

Ruteark til å prøve seg fram med brikker som har to forskjellige farger.

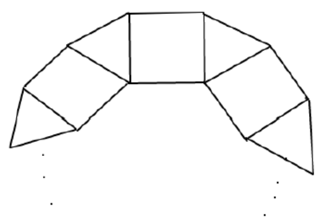
Semifinale 2018

Fylke: ___________________________________

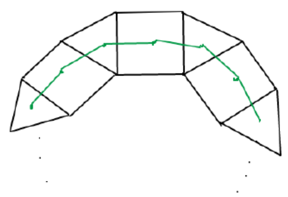
Oppgave 4 Figur av kvadrater og likesidede trekanter

Materiell: 2 kvadrater og 2 likesidede trekanter.
Begge figurenes sider er like lange. Papir til å tegne figurer på.

Tegn en figur av kvadrater og likesidede trekanter som vist i figuren nedenfor.
Fortsett med å tegne et kvadrat og en trekant annen hver gang.



Markér så midtpunktene på hver figur, og trekk linjer mellom punktene som vist på figuren.



Mer at bildene ikke er eksakte. De viser kun prinsippene!

(a) Linjene gjennom midtpunktene danner en mangekant.
Hvor mange hjørner har denne mangekanten?

(b) Hvor store er vinklene i mangekanten?

Svar: Mangekanten har _______ hjørner
Størrelsen på vinklene er _________________

Semifinale 2018

Fylke: ________________________________

Oppgave 5 PIN-koden

Petter skal taste inn PIN-koden på sin gamle mobiltelefon. Koden består av fire siffer i en bestemt rekkefølge, men Petter husker ikke nøyaktig hva koden er. Han husker at:

- Sifrene i koden kommer fra alle de fire radene på tastaturet.
- Summen av de tre første sifrene er lik det fjerde sifferet.
- To siffer som står etter hverandre i koden ligger ikke i tilgrensende ruter på tastaturet, ikke engang diagonalt.

Hvilke kombinasjoner må Petter teste for å være helt sikker på å bestemme PIN-koden?

Svar:

Semifinale 2018

Fylke: ___________________________________

Oppgave 6 Puslebrikker

Ellinor har veldig mange puslebrikker av plast som alle er helt like.
De er rettvinklede trekanter med kateter som er eksakt 51 mm og 33 mm.

Ellinor vil sette sammen et kvadrat av puslebrikkene,
uten hull eller overlapping.
Kvadratet skal ha minst mulig størrelse.

Hvor mange puslebrikker går med til å bygge kvadratet?
Forklar hvordan dere kom fram til svaret.

Svar:

Det går med __________ puslebrikker

Forklaring:

Fylke: ___________________________________

Oppgave 7 Favorittall

Jonas liker tallet 9.
Han liker heltall som har tverrsum lik 9, for eksempel tallet 2016, siden $2 + 0 + 1 + 6 = 9$.
Aller best liker Jonas tall som har reduserende tverrsum lik 9.
Eksempel: 2916 har reduserende tverrsum lik 9 siden $2 + 9 + 1 + 6 = 18$ og tverrsummen til 18 er $1 + 8 = 9$.

Elin liker tallet 6.
Hun liker heltall som har sifferprodukt lik 6, for eksempel tallet 231, siden $2 \cdot 3 \cdot 1 = 6$.
Aller best liker Elin tall som har et reduserende sifferprodukt lik 6.
Eksempel: 481 har reduserende sifferprodukt lik 6 siden $4 \cdot 8 \cdot 1 = 32$ og sifferproduktet til 32 er $3 \cdot 2 = 6$.

NB: Et tall må ha minst to siffer for at man skal kunne beregne tallets tverrsum og sifferprodukt.

Finn flest mulige positive heltall som er slik at *både* Jonas og Elin liker dem.
Hvert av tallene skal altså både ha reduserende tverrsum lik 9 og reduserende sifferprodukt lik 6.

Svar:

Både Jonas og Elin liker tallene

Semifinale 2018

Fylke: ___________________________________

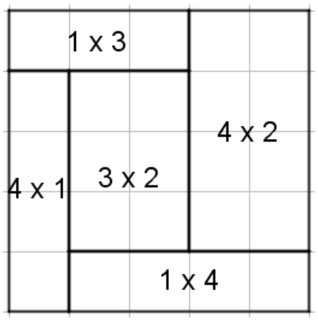
Oppgave 8 5 · 5 ruter

Materiell:

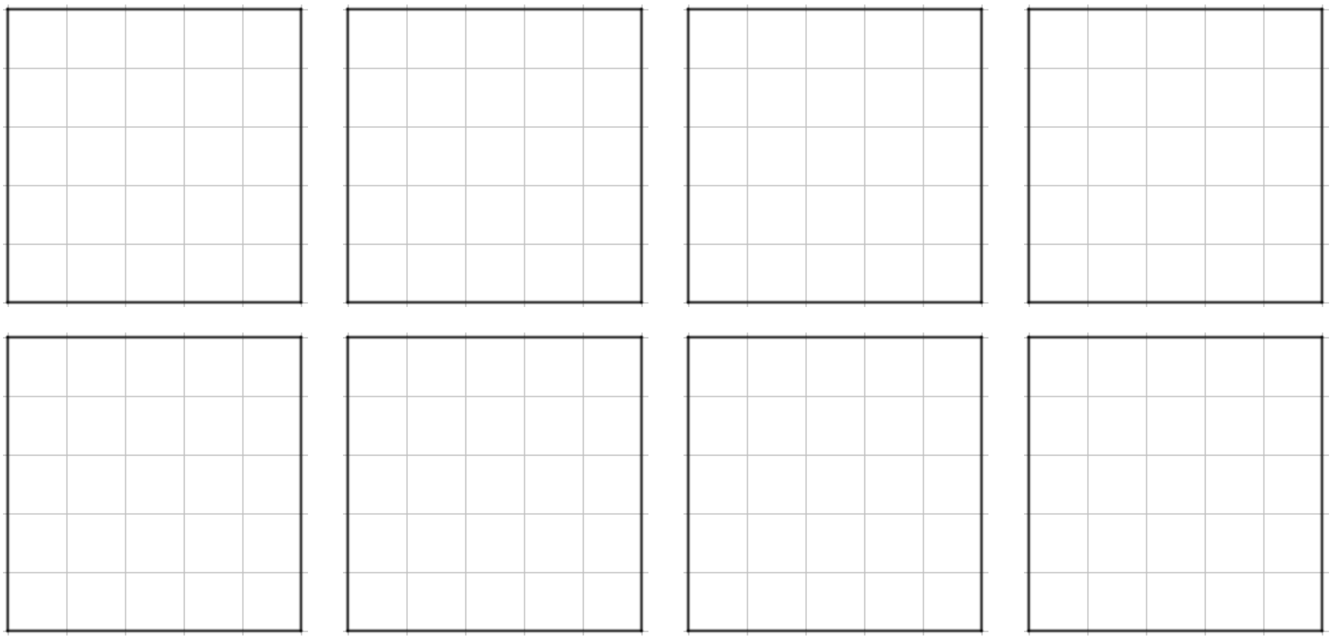
- En bunke med arbeidsark til å teste på.

Et kvadrat med 5 · 5 ruter skal deles inn i fem rektangler.
Finn flest mulig måter å dele inn kvadratet
slik at alle de fem rektanglene består av et helt antall ruter,
og alle rektanglene har forskjellig omkrets.

Figuren under viser et eksempel der kravene ikke er oppfylt.
Rektanglene 4 · 1, 3 · 2 og 1 · 4 har samme omkrets.

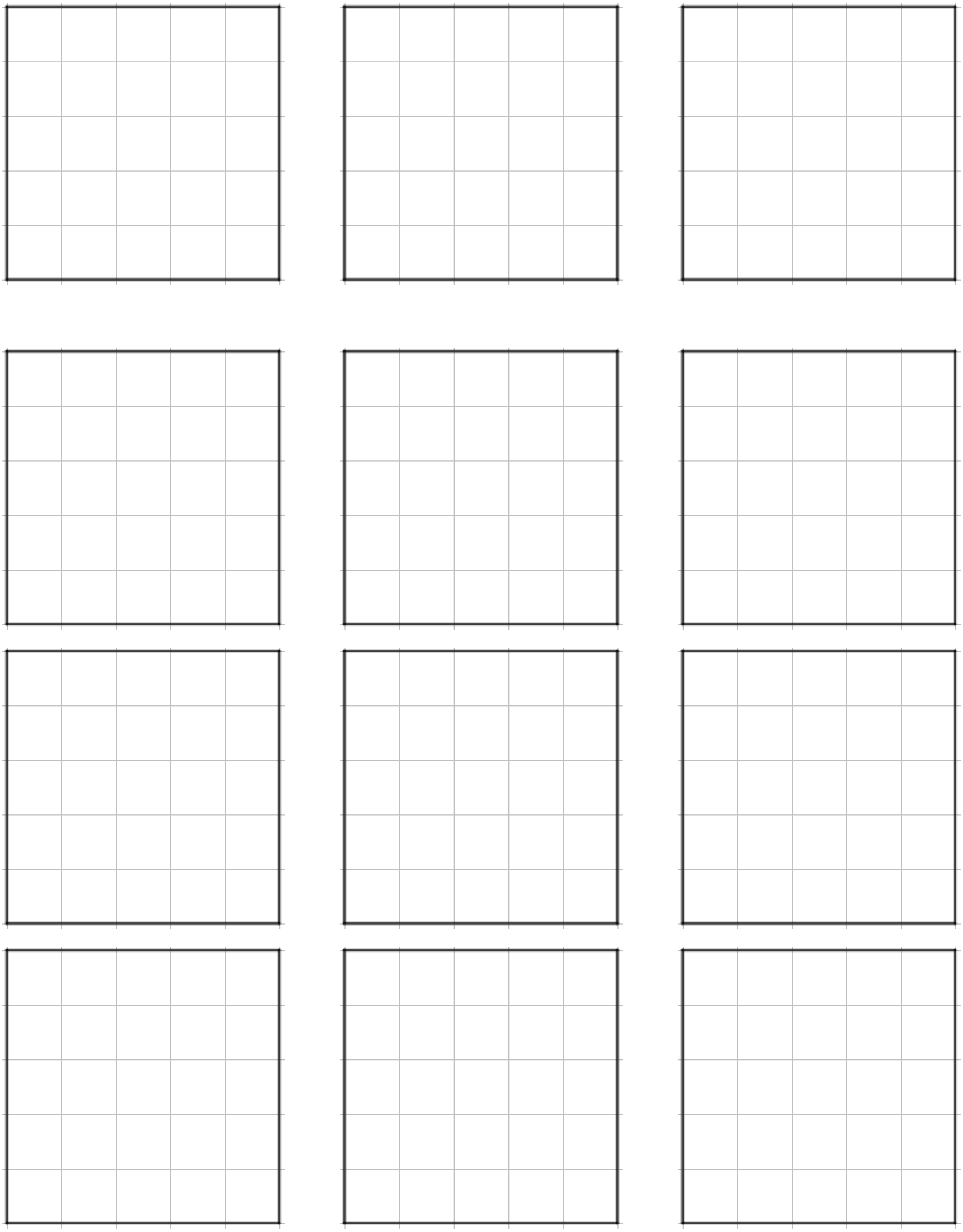


Svar:



Semifinale 2018

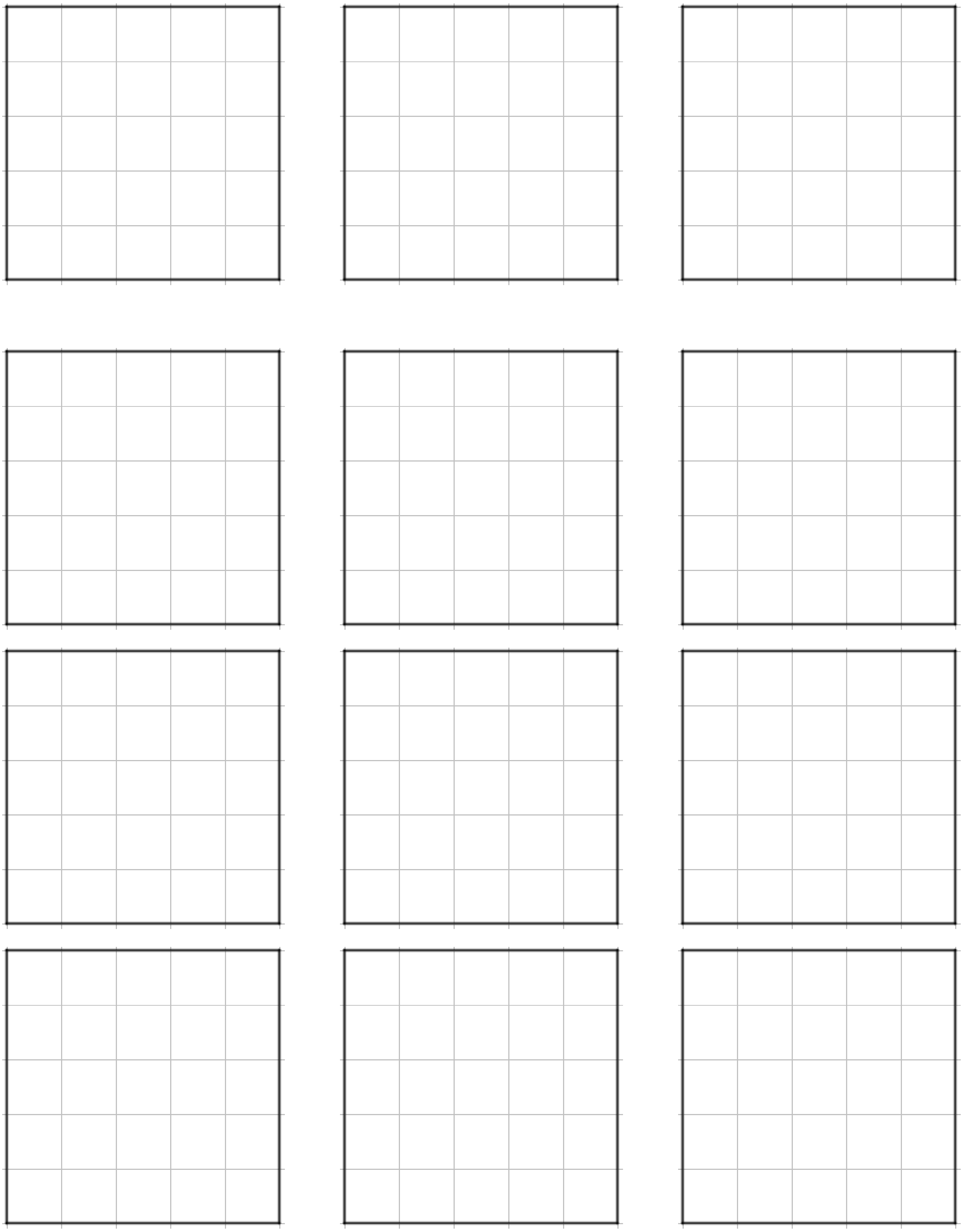
Arbeidsark til å teste på.



Semifinale 2018

Arbeidsark til å teste på.

Arbeidsark til å teste på.



Semifinale 2018

Arbeidsark til å teste på.

Løsningsforslag semifinaleoppgavene

Uppgift1:

Om de gick 12 km den mittersta dagen, så gick de 14 km dagen för och 10 km dagen efter. 14+12+10 = 36 km, för lite.

Vi lägger på ytterligare två dagar: 16+14+12+10+8 = 60 km, för lite.

Vi lägger på ytterligare två dagar: 18+16+14+12+10+8+6 = 84 km, exakt som det ska vara.

Alltså gick fjällvandrarna i sju dagar.

Uppgift 2:

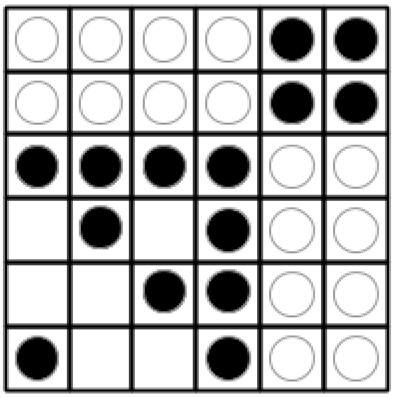
Timvisaren rör sig ett helt varv (360°) på 12 timmar, alltså 30° på en timme eller 7,5° på en kvart.
Minutvisaren rör sig ett helt varv på 1 timme, alltså 90° på en kvart.

Det betyder att om minutvisaren var 30° bakom timvisaren, så kommer den om en kvart ligga 90°-30°-7,5° = 52,5° framför.

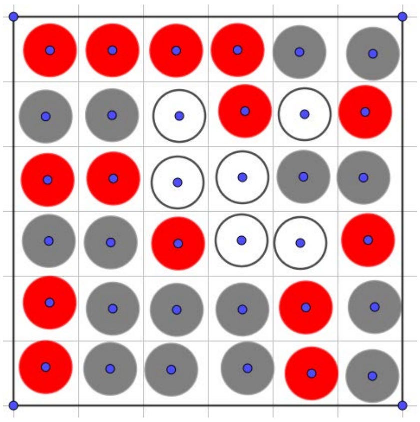
Om timvisaren låg 30 bakom minutvisaren, så kommer minutvisaren dra iväg och om en kvart ligga 30°+90°-7,5°=112,5° före timvisaren.

Uppgift 3:

Det går till exempel att göra så här:



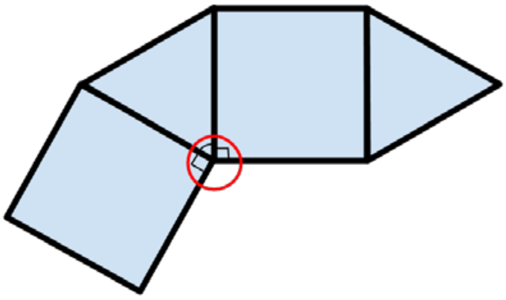
s	v	s	v	s	v
v	s		v		s
s	v	s			v
s	v			v	s
v	s	v	s	s	v
v	s	v	s	v	s



Notera att 0 är ett jämnt tal, så det går bra att ha inga brickor av en viss färg på valfri rad.

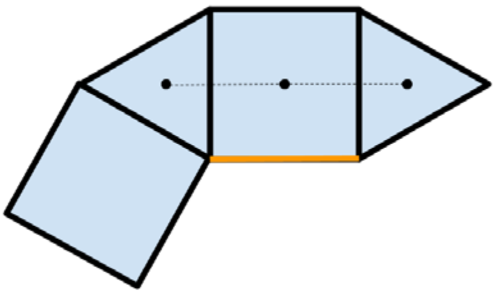
Uppgift 4:

Först kollar vi på det inre ''hålet''. Alla dess sidor är lika stora och varje vinkel är lika med 360°-90°-90°-60° = 120° grader.

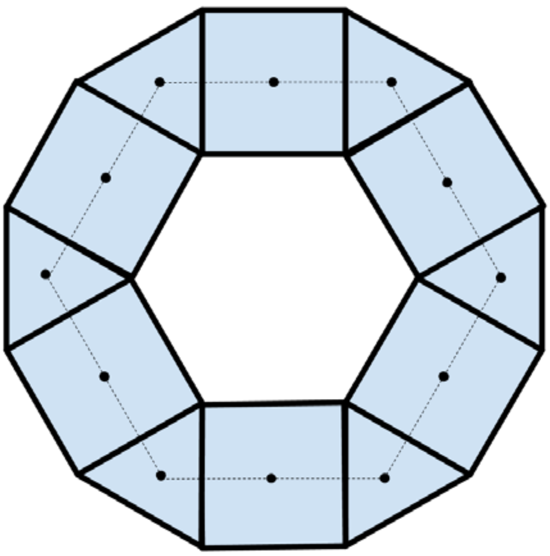


Således kommer hålet bli en hexagon, eftersom det är den figuren som har sådana vinklar.

Notera även att triangelcentrum-kvadratcentrum-triangelcentrum bildar en och samma sträcka (då det är del av symmetriaxeln för figuren som består av en kvadrat och två trianglar), som är dessutom parallell med hålets ena sida.



Därför kommer vår figur också vara en hexagon med samma vinklar som hålet har. Så vinklarna på vår figur är också 120°. Så här kommer den färdigbyggda figuren att se ut:



Uppgift 5:

Eftersom den sista siffran är lika med summan av de övriga tre, så är den störst och kommer från den största raden: 7, 8 eller 9.

Siffran 0 måste vara med, eftersom det är den enda i sin rad.

Vi skriver upp möjliga summor och sedan funderar på ordningen i vilken siffrorna kom:
0+1+6=7
0+2+5=7
0+3+4=7
0+1+7=8 (går ej, eftersom 7 och 8 är från samma rad)
0+2+6=8
0+3+5=8
0+1+8=9 (går ej)
0+2+7=9 (går ej)
0+3+6=9
0+4+5=9 (går ej)

Så det finns 6 alternativ på vilka siffror det kunde vara, 0167, 0257, 0347, 0268, 0358, 0369, nu ska vi lista ut möjliga ordningar.

0167: Eftersom 7 är sist, kan inte 0 vara näst sist. Om 6 är näst sist, så finns det två möjligheter: 0167 och 1067. Om 1 är näst sista, så finns det också två möjligheter: 0617 och 6017.

0257: Eftersom 7 är sist, kan inte 0 eller 5 vara näst sist. Så 2 måste vara näst sist. 2 och 5 kan inte komma efter varandra, så då måste 5 vara först. Det finns alltså en möjlighet: 5027.

0347: På samma sätt som innan kan inte 0 eller 4 vara näst sist, så 3 måste vara det. I övrigt spelar det ingen roll i vilken ordning 0 och 4 kommer, så vi får två möjligheter: 0437 och 4037.

0268: Här måste 2 vara näst sist, och då är 6 först, så det finns en möjlighet: 6028.
0358: Här måste 3 vara näst sist, och då är 5 först, så det finns en möjlighet: 5038.

0369: Här måste 3 vara näst sist, och då är 6 först, så det finns en möjlighet: 6039.

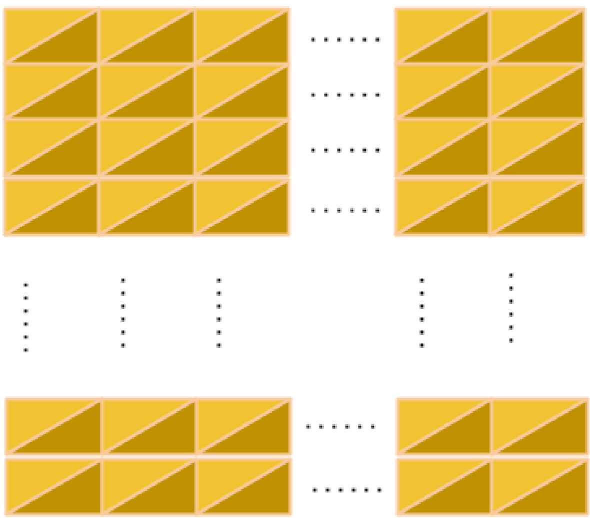
Totalt är det 10 möjligheter: 0167, 0617, 1067, 6017, 5027, 6028, 0437, 4037, 5038, 6039.

Uppgift 6:

Två trianglar bildar en rektangel med sidorna 51 och 33. Det minsta talet som är delbart med både 51 och 33 är $561=17\cdot3\cdot11$.

Det går att bygga en $561\cdot561$-kvadrat genom att lägga 11 st. rektanglar på rad med långsidan upp.

Sedan lägger vi 17 sådana grupper under varandra för att den andra sidan ska bli lika med $561=17\cdot33$ också.



Totalt går det åt $2\cdot11=22$ trianglar på en rad. För hela kvadraten går det åt $17\cdot22=374$ sådana trianglar

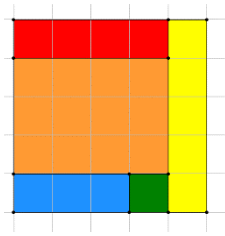
Uppgift 7:

För Jonas del kan talet vi söker ha en siffersumma som är lika med 18, eftersom siffersumman för talet 18 är lika med 9.

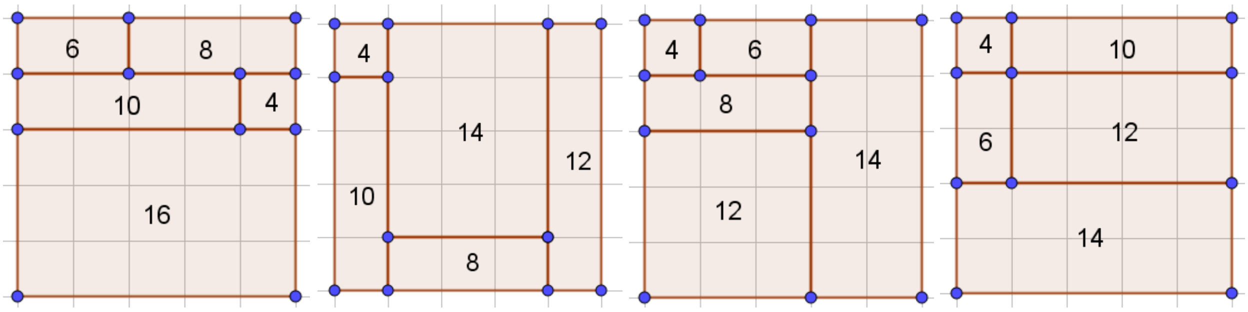
För Elins del kan talet vi söker ha en sifferprodukt som är lika med 32, eftersom sifferprodukten för talet 32 är lika med 6.

Ett tal som fungerar är t.ex. 11111184.

Uppgift 8:



Det går att göra på flera sätt, t.ex. så här:



Finaleoppgavene

Oppgave 1

Intervjueren som fikk sparken!

Et gallupfirma ønsket å vite hvordan drikke-vanene til folk var når det gjelder kaffe og te.

Intervjueren avla denne rapporten:

Antall spurte	100
Antallet som drikker kaffe	78
Antallet som drikker te	71
Antall som både drikker kaffe eller te	48

Da lederen for gallupfirmaet fikk se tallene, ble intervjueren sparket fordi det var feil i tallene.

Hvorfor stemmer ikke disse tallene?

Oppgave 2

Hvem gjør hva?

Utstyr: Lapper med navn og yrke. Plass til å skrive lønn på lappen med yrke.

Ola, Pekka, Majken og Alice bor alle i en liten by. En av dem er arkitekt, en er banksjef, en apoteker og en direktør. De tjener alle et helt antall kroner.

- Apotekeren tjener nøyaktig dobbelt så mye som direktøren.
- Arkitekten tjener nøyaktig dobbelt så mye som apotekeren.
- Banksjefen tjener dobbelt så mye som arkitekten.

Selv om Ola ikke tjener mer enn Pekka, tjener ikke Pekka akkurat dobbelt så mye som Ola.

Alice tjener nøyaktig 3776 kr mer enn Majken.

Hvilket yrke har hver av de fire?
Hvor mye tjener hver av dem?

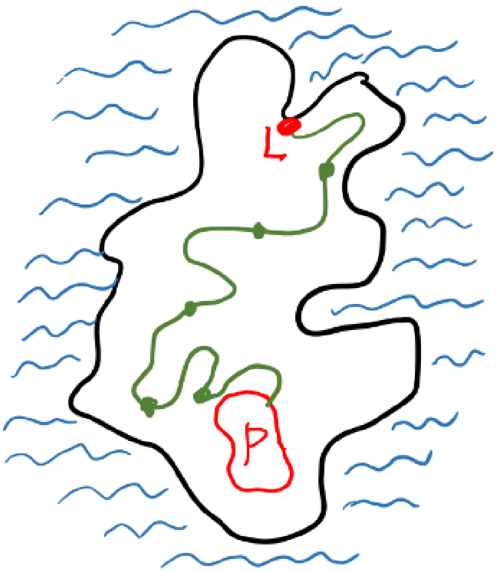
Finale 2018

Oppgave 3

Eventyreren

Utstyr:

- Ei papirstrimmel der seks dagsmarsjer er markert.
- Legoklosser:
    - en farge som kan representere Curious
    - en annen farge representerer en bærer
    - en tredje farge som representerer proviant for en dag



Eventyreren Curious skal ut på en ekspedisjon.
Han skal gå fra landsbyen L ute ved kysten
til det høyeste platået P på øya Utopia.
Reisen skal ta seks dager.

Curious må ta med seg noen bærere,
for hver person kan bare bære mat og drikke
for en person for fire dager.

Hvor mange bærere trenger Curious hjelp fra?

Vis hvordan dere finner svaret.

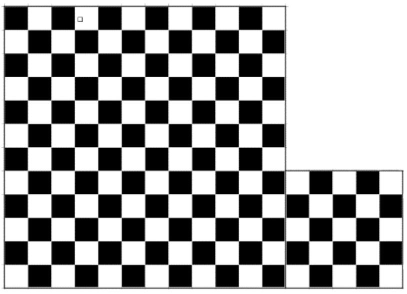
Finale 2018

Oppgave 4

Fra to til ett kvadrat

Utstyr:

- Linjal og saks
- Figur, 2 stk



Dere får en figur som er satt sammen av to kvadrater.

Oppgaven deres er å dele opp figuren i biter som kan settes sammen til et større kvadrat.

Målet er å lage så få biter som mulig.

Klipp ut puslebitene og legg dem sammen til et kvadrat.

Oppgave 5

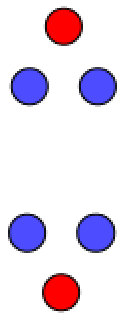
Vend trekanten opp-ned

Utstyr:

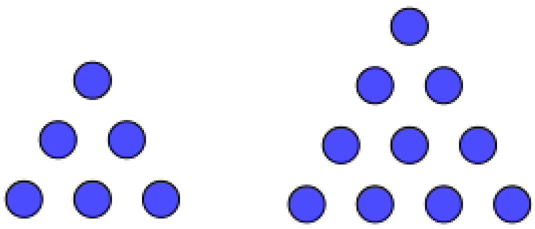
- Brikker: runde tellebrikker
- Trekantet rutepapir

Hvis du setter tre brikker i en trekant som vist på tegningen,

kan du vende trekanten opp-ned ved å flytte på en av brikkene:



Hva er det minste antall brikker du må flytte for å vende disse trekantene opp-ned:



Vis på svararket hvilke brikker dere flytter og hvor de blir plassert.

Undersøk flere størrelser.

Er det noen mønstre i det minste antall brikker som må flyttes?

Løsningsforslag finaleoppgavene

Oppgave 1

Kun kaffe: 78 – 48 = 30
Kun te: 71 – 48 = 23

Kun kaffe eller te 30 + 23 = 53

Både kaffe og te 48

53 + 48 = 101 og der var jo kun 100

Oppgave 2

Navn	Yrke	Lønn
Pekka	banksjef	15 104 kr
Alice	arkitekt	7552 kr
Majken	apoteker	3776 kr
Ola	direktør	1888 kr

Oppgave 3

Curious trenger to bærere.

Etter dag 1 gir Bærer 2 mat og drikke for en dag til Curious og mat og drikke for en dag til Bærer 1. Curious og Bærer 1 har nå mat og drikke for 4 dager hver.

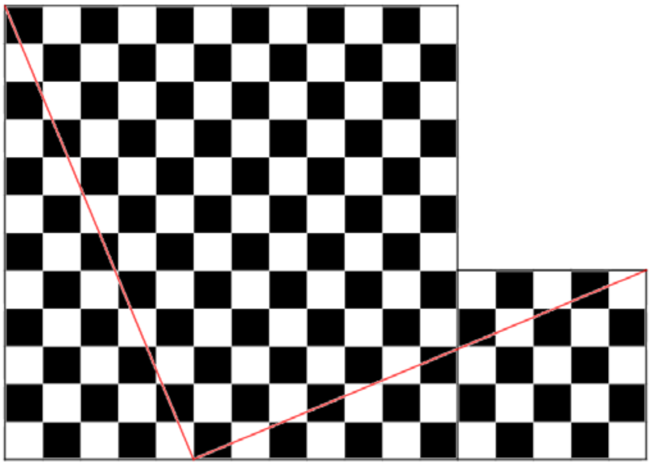
Etter dag 2 gir Bærer 1 en dagsrasjon til Curious som nå har 4 rasjoner, og Bærer 1 har 2 rasjoner igjen. Bærer 1 går tilbake. Curios fortsetter fire dager med sine fire rasjoner.

		Curious		Bærer 1		Bærer 2
Etter dag	Start:	4 dagsrasjoner		4 dagsrasjoner		4 dagsrasjoner
1	Igjen Får Har nå	3 dagsrasjoner 1 dagsrasjon 4 dagsrasjoner	Igjen Får Har nå	3 dagsrasjoner 1 dagsrasjoner 4 dagsrasjoner	Igjen Gir Har nå	3 dagsrasjoner 2 dagsrasjoner 1 til hjemturen
2	Igjen Får Har nå	3 dagsrasjoner 1 dagsrasjon 4 dagsrasjoner	Igjen gir Har nå	3 dagsrasjoner 1 dagsrasjoner 2 til hjemturen		
3	Har nå	3 dagsrasjoner				
4		2 dagsrasjoner				
5		1 dagsrasjoner				
6		0 dagsrasjoner				

Oppgave 4

Klipp figuren slik de røde linjene viser.

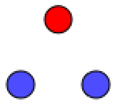
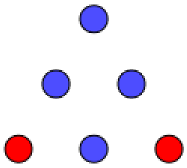
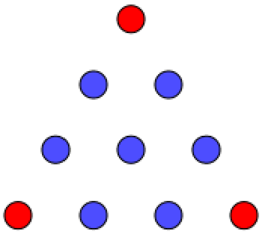
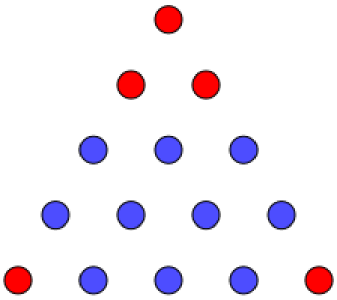
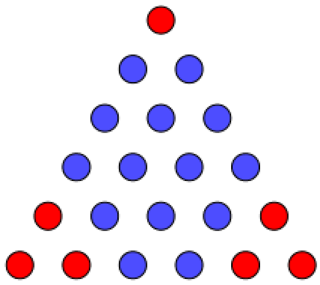
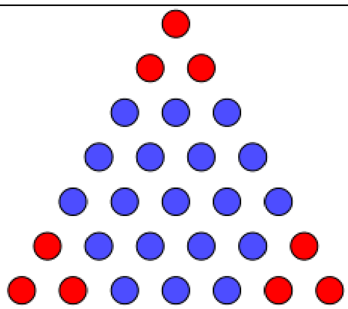
Det er to trekanter med sidelengde 5, 12 og 13.
Når de roteres 270 grader får vi et kvadrat med side 13



Kvadratet med side 5 kan klippes bort og deles i 5 biter som kan «bygges på» kvadratet med side 12.

Finale 2018

Oppgave 5

Figur	Linjer	Antall brikker	Brikker som flyttes
	1	1	0
	2	3	1
	3	6	2
	4	10	3
	5	15	5
	6	21	7
	7	28	9
Merk symmetrien i de blå brikkene som ligger i ro!	*n*	$\frac{n(n+1)}{2}$	$Heltall\frac{n(n+1)}{6}$ Eller: Heltall av antall brikker : 3