

Volum og A4 ark (S M U V)

I denne aktiviteten skal elevene lage to eller flere sylindre (uten topp og bunn) av A4 ark og sammenlikne volumet.

Tema

Måling, geometri, funksjoner (avhengig av trinn)

Utstyr

- Tape
- To A4 ark per elev/gruppe (eller flere hvis den siste oppgaven gjøres ved hjelp av sammenlikning)
- En bøtte eller et kar med bunnflate ca 30 cm i diameter eller større
- Noe smått (for eksempel hamaperler, puffet ris eller liknende) som målemasse
- Litermål til å måle volumet i dl



Organisering og forberedelse

Elevene bør jobbe i par da sylindrene kan være vanskelige å lage og håndtere alene.

Merknader til oppgavene

Hvilken løsningsmetode elevene kan bruke, kommer an på trinn. Mellomtrinn og ungdomstrinn bør oppfordres til å regne ut volumet. Elever i videregående bør i tillegg oppfordres til å løse den siste oppgaven med funksjoner.

Hva vil skje når du løfter den smale sylindren og den smale sylindren har størst volum, minst volum eller om volumene er like store?

Hvis den smale sylindren er størst, vil det enten renne over eller bli topp på den brede sylindren. Hvis den smale er minst, vil den brede ikke bli full og er de like store vil den brede bli akkurat full.

Den smale har minst volum.

Kan du finne ut omtrent hvor stor forskjellen i volumet er?

Forskjellen er ca 0,5 liter.

Dette kan finnes ut ved å måle mengden målemasse som får plass i de to sylindrene. Sett en av sylindrene i bøtta, fyll den med målemasse, fjern sylindren og hell målemassen fra bøtta til litermålet. Gjenta med den andre sylindren og regn ut differansen.

Dette kan også finnes ved å regne. Volumet av en sylinder er gitt ved $V = \pi r^2 h$, hvor r er radius til grunnflate og h er høyden til sylindren. Radius til sylindren er gitt ved $r = \frac{O}{2\pi}$, hvor O er grunnflatas omkrets.

For de to sylindrene er den korte kanten omkrets eller høyde og den lange kanten høyde eller omkrets. A4 arkets korte kant er 21,0 cm og den lange kanten er 29,7 cm. Tabellen under viser utregninger av volumet til sylindrene.

Sylinder	Høyde	Omkrets	Radius	Areal av grunnflate	Volum cm ³	Volum dm ³
Høy, smal	29,7	21,0	3,3	35,1	1042,3	1,0
Tykk, lav	21,0	29,7	4,7	70,2	1474,1	1,5

Hvordan kan du finne ut om volumet alltid blir større eller mindre når sylindren lages av A4 ark og høyden på sylindren blir lavere?

Her bør elevene få tenke ut selv hvordan de kan løse oppgaven. Små- og mellomtrinn kan løse oppgaven med utprøving.

Løsning ved utprøving:

Del et A4 ark i to langs den lange midtlinja, og tape delene sammen slik at du får en sylinder med omkrets lik to ganger A4 arkets lange kant og høyde lik halvparten av den korte kanten. Plasser sylindren over den tykke sylindren fra oppgave 1. Fyll opp sylindren fra oppgave 1 før du fjerner sylindren. Fortsett eventuelt med sylindre med omkrets fire ganger A4 arkets lange kant og høyde $\frac{1}{4}$ av den korte kanten osv.

Løsning ved regning:

Tabellen under er utvidet for sylindre med omkrets lik et helt antall ganger A4 arkets lange kant, og høyde en tilsvarende brøkdel av den korte kanten.

Sylinder	høyde	omkrets	radius	Areal av		Volum	
				grunnflate	cm ³	dm ³	
Høy, smal	29,7	21,0	3,3	35,1	1042,3	1,0	
Lav, tykk	21,0	29,7	4,7	70,2	1474,1	1,5	

Heltallig økning av omkrets

2	10,5	59,4	9,5	280,8	2948,2	2,9
4	5,3	118,8	18,9	1123,1	5896,3	5,9
8	2,6	237,6	37,8	4492,4	11792,7	11,8
16	1,3	475,2	75,6	17969,8	23585,3	23,6

Løsning ved funksjonsanalyse:

Siden sylindrene lages av A4 ark, og arket utgjør sylindrens sideflate, er arealet av sideflata alltid lik arealet av et A4 ark, eller $1/16 \text{ m}^2$ siden arealet av et A0 ark er 1 m^2 og et A4 ark er $1/16$ av et A0 ark.

Vi har da at $2\pi r h = \frac{1}{16}$, med r og h målt i meter. Løser vi med hensyn på r , blir det $r = \frac{1}{32\pi h}$

Ser vi på volumet som en funksjon av sylindrens høyde, har vi:

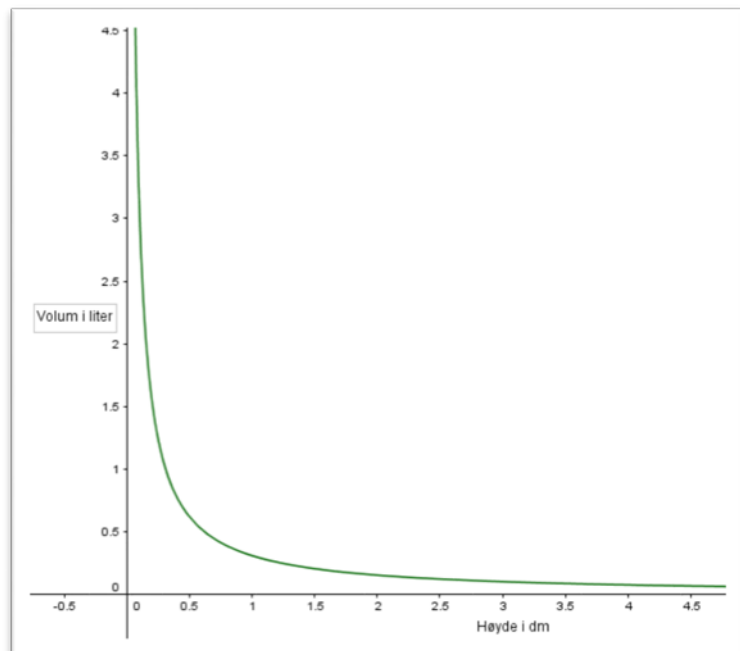
$$V(r) = \pi r^2 h$$

$$V(r) = \pi h \left(\frac{1}{32\pi h} \right)^2$$

$$V(r) = \frac{1}{32^2 \pi h}$$

Volumet er omvendt proporsjonalt med høyden, noe som betyr at volumet går mot uendelig når høyden går mot 0 og volumet går mot 0 når høyden går mot uendelig.

Figuren viser volum i liter som funksjon av høyden målt i dm.



Volum av sylindre laget av A4 ark

Ett A4 ark er et rektangel hvor den lange kanten er 29,7 cm og den korte kanten er 21,0 cm.

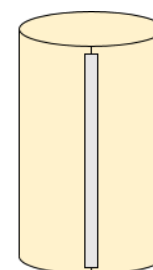
Her skal du bruke A4 ark til å lage sylindre og sammenlikne volumet til sylindrene.

Du trenger

- Tape
- To A4 ark (eller flere hvis du vil løse den siste oppgaven ved hjelp av sammenlikning)
- En bøtte eller et kar med bunnflate ca 30 cm i diameter
- Noe smått (for eksempel hamaperler, puffet ris eller liknende) som målemasse
- Litermål til å måle volumet i dl

Slik gjør du

- Ha tape langs hele av en lang kant på A4 arket, slik at tapen er halvt på arket og halvt utenfor.
- Rull arket slik at den andre lange kanten på A4 arket kommer kant i kant med den første kanten.
- Bruk tapen til å feste kantene sammen slik at du får en høy og smal sylinder.
- Gjenta med det andre arket, men med den forskjellen at du taper sammen de korte kantene, slik at du får en lav og bred sylinder.
- Sett den høye, smale sylindere i bøtta og fyll den med målemassen (perlene/risen...)
- Sett den lave brede sylindere over den smale slik at den smale står inne i den brede.

**Oppgaver**

Hva vil skje når du løfter den smale sylindere og den smale sylindere har størst volum, minst volum eller om volumene er like store?

Løft den smale sylindere og se hva som skjer. Har den smale sylindere størst eller minst volum.

Kan du finne ut omtrent hvor stor forskjellen i volumet er?

Hvordan kan du finne ut om volumet alltid blir større eller mindre når sylindere lages av A4 ark og høyden på sylindere blir lavere?