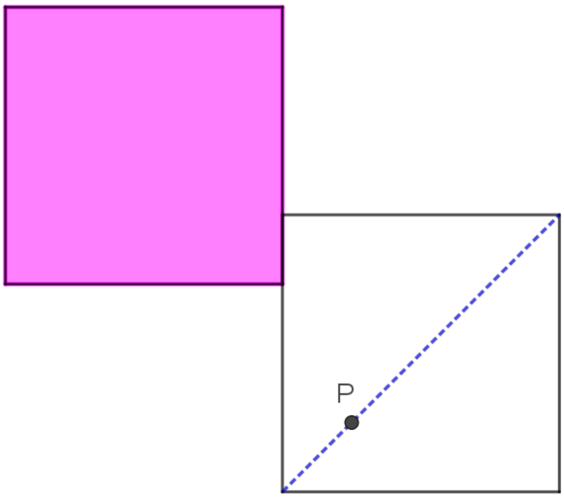
SEMIFINALEOPPGAVENE 2022

OPPGAVE 1: EN ROSA OG EN HVIT FIRKANT

Et rosa kvadrat med sidelengde 8 cm er festet oppå et stort bord. Et like stort, men hvitt, kvadrat legges ved siden av det rosa, slik figuren nedenfor viser:



På det hvite kvadratet er det markert et punkt P.

P ligger på den skraverte diagonalen, nøyaktig en fjerdedel bortover langs diagonalen. Se figuren.

Det hvite kvadratet glir nå én gang rundt det rosa. De er hele tiden i kontakt med hverandre, og det hvite kvadratet beholder sin orientering hele tiden.

Hvor lang avstand beveger punktet P seg i løpet av denne «rundturen»?

Bruk svararket.

Semifinale 2022

SVARARK OPPGAVE 1

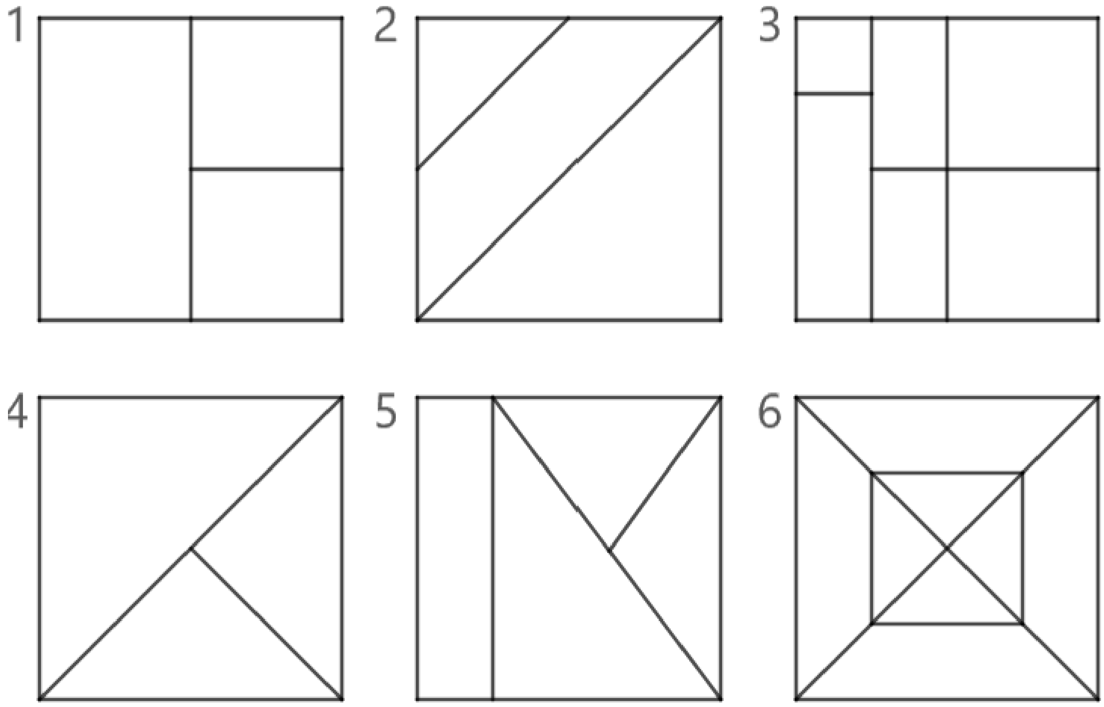
Skole: __________________________________ Klasse: _______________

Punktet P beveger seg nøyaktig ………. cm i løpet av rundturen.

Slik fant vi svaret:

OPPGAVE 2: DEN KREATIVE BAKEREN

En kreativ baker i landet Nordia lager kvadratiske kaker. Valutaen i Nordia heter nordic, og én hel kake koster 32 nordic. Få kunder kjøper en hel kake, derfor har bakeren det morsomt med å dele kakene på mange forskjellige måter. Figurene nedenfor viser seks ulike måter han deler opp kaken på.



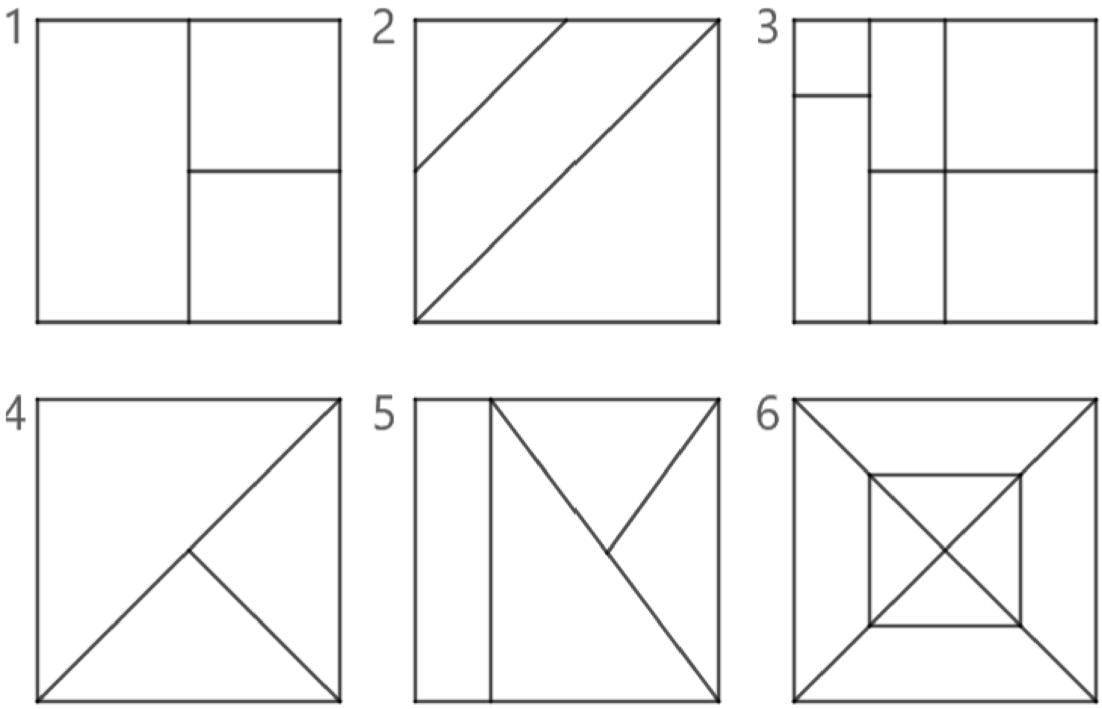
Hva blir prisen på hvert av kakestykkene? Vi forutsetter at prisene skal være i forhold til kakestykkenes størrelse.

Skriv prisen inne i hvert av kakestykkene på svararket. Forklar hvordan dere har tenkt på de to siste kakestykkene, nr 5 og 6.

SVARARK OPPGAVE 2

Skole: ________________________________ **Klasse:** ______________

Skriv prisen inne i hvert av kakestykkene.

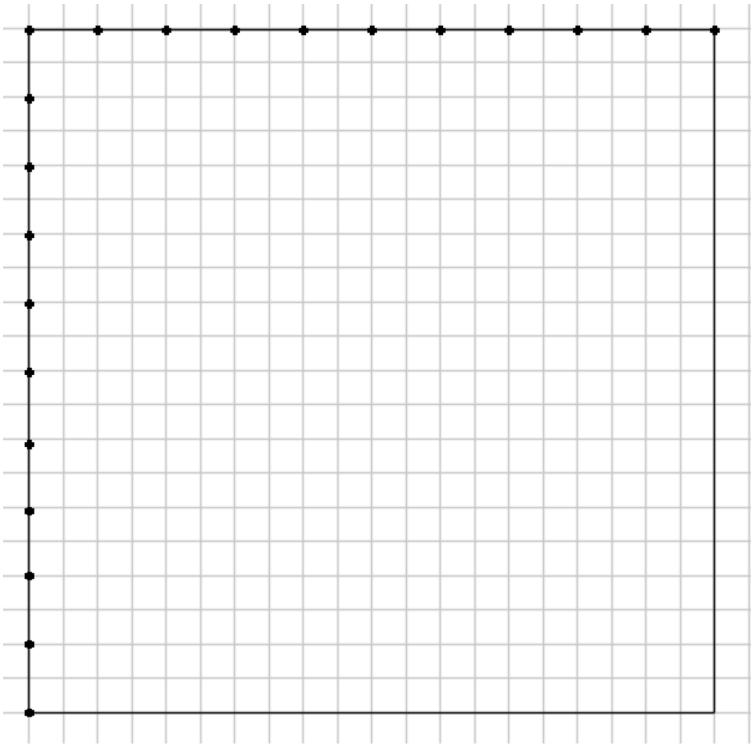


Slik fant vi svaret på figur 5:

Slik fant vi svaret på figur 6:

OPPGAVE 3: PLEKSIGLASS

Av et pleksiglass med mål 100 cm x 100 cm skjæres det ut rektangler som er kongruente, enten 15 cm x 40 cm eller 20 cm x 40 cm.



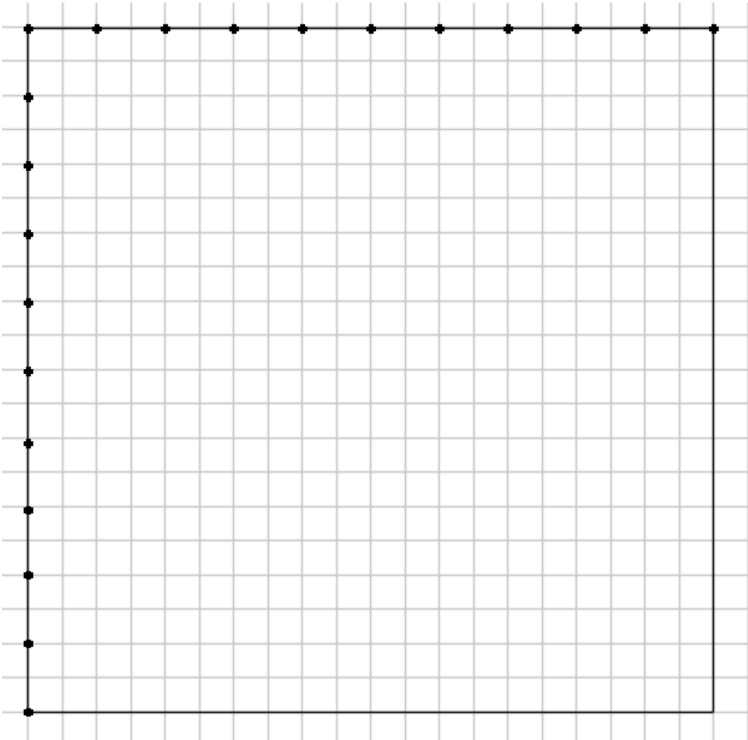
Pleksiglasset skal utnyttes best mulig.

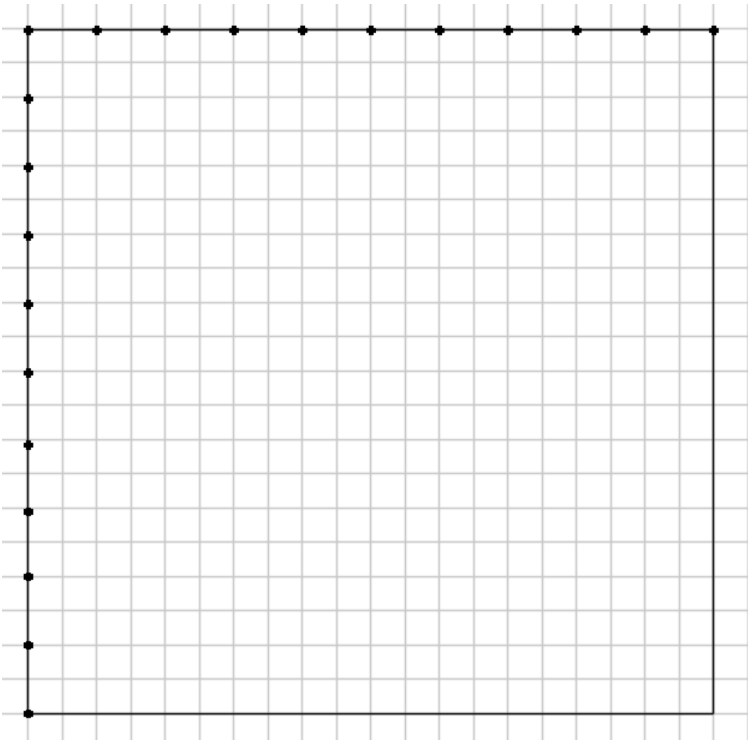
Rektangler som måler 15 cm x 40 cm kan selges for 70 kr pr. stk., mens rektangler som måler 20 cm x 40 cm kan selges for 80 kr pr. stk.

Hvilken type rektangel bør en lage for å få størst mulig salgsinntekt, og hvor stor er inntektsforskjellen mellom de to alternativene?

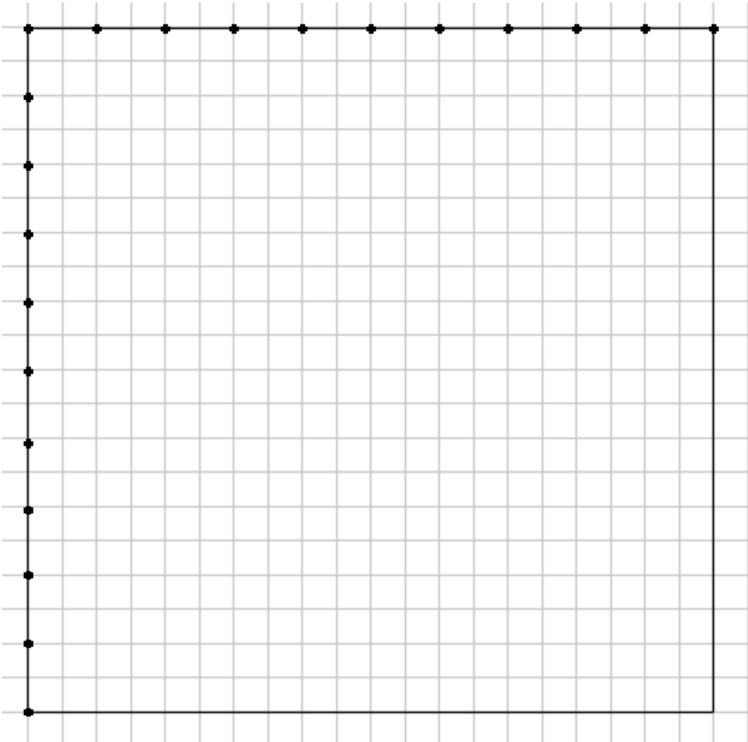
Tegn og regn på svararket.

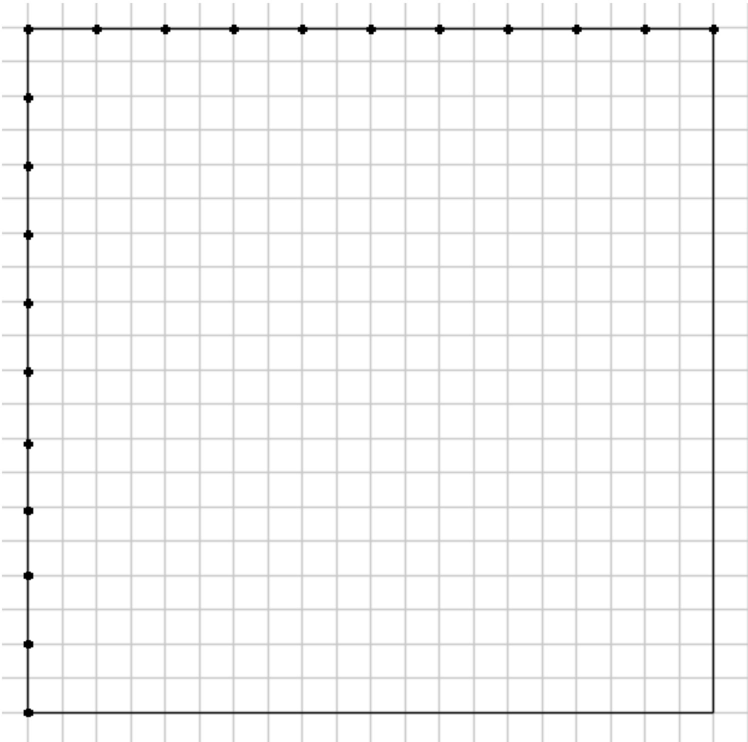
ARBEIDSARK OPPGAVE 3





ARBEIDSARK OPPGAVE 3



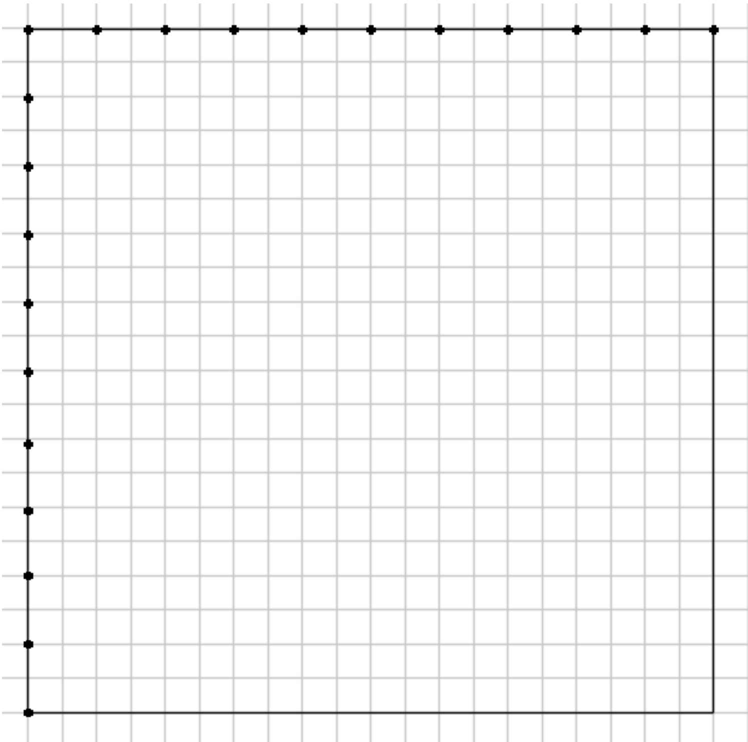


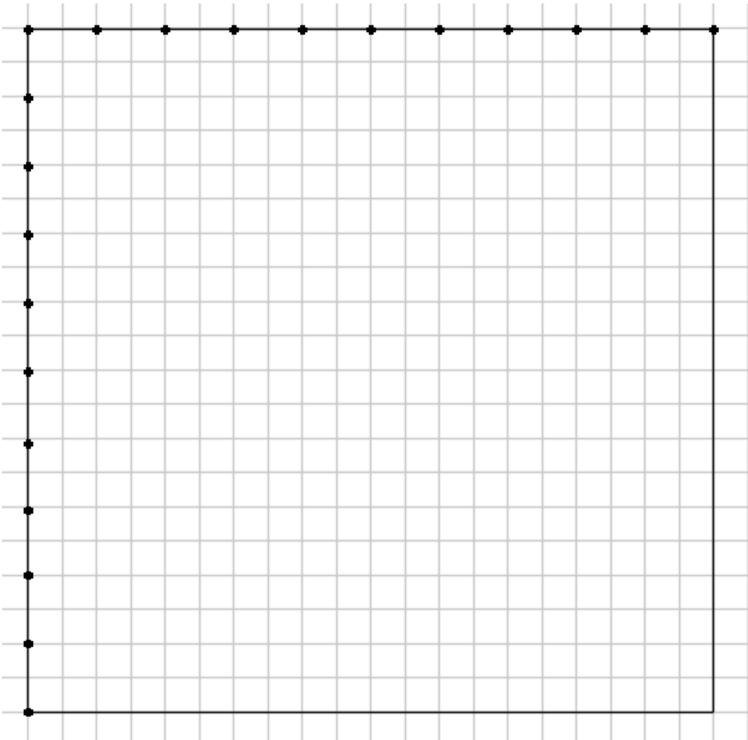
Semifinale 2022

SVARARK OPPGAVE 3

Skole: ________________________________ Klasse: _______________

Tegn inn forslag til inndeling for de to rektangeltypene, og vis utregninger:





Prisforskjellen blir:

OPPGAVE 4: SYKKELTUR

Patrick bor i gang- og sykkelavstand til venninnen Emma.

Å gå til Emma tar nøyaktig tre ganger så lang tid som å sykle dit.

En dag han skulle sykle til Emma, punkterte han etter nøyaktig en tredel av strekningen. Han låste sykkelen og gikk resten av veien.

Denne dagen tok det 12 minutter mer å komme seg til Emma enn det ville gjort dersom han syklet hele veien. (Vi antar at låsingen av sykkelen ikke tar noe tid.)

Hvor lang tid tar det vanligvis å sykle hele veien fra Patrick til Emma?

Bruk svararket og forklar hvordan dere fant svaret.

Semifinale 2022

SVARARK OPPGAVE 4

Skole: ________________________________ Klasse: ______________

Det tar …… minutter å sykle hele veien fra Patrick til Emma.

Slik fant vi svaret:

OPPGAVE 5: PALINDROMTALL

Palindromtall er «symmetriske tall» - det vil si at dersom vi leser tallet «baklengs» får man det samme som om vi leser tallet riktig vei.

(Tre eksempler: 77, 121, 22022022)

Tallet 1234 er, som vi lett ser, ikke et palindromtall. Men hvis vi lager et nytt tall ved å snu rekkefølgen på sifrene og så addere 1234 med det nye tallet, blir denne *summen* et palindromtall: 1234 + 4321 = 5555

Vi kan da si at «1234 er et palindromtall av dybde 1».

Finn det største tresifrede tallet som gir et «palindromtall av dybde 1».

Bruk svararket.

Semifinale 2022

SVARARK OPPGAVE 5

Skole: ________________________________ Klasse: ______________

Det største tresifrede «palindromtall av dybde 1» er ……………

Slik fant vi svaret:

OPPGAVE 6: ÅTTESIFREDE TALL

Vi er her på jakt etter åttesifrede tall, der sifrene 2-9 brukes én gang hver, og slik at alle de følgende tre betingelser er oppfylt:

i) Produktet av sifrene 3 og 4 og hvert av sifrene som står mellom 3 og 4 i tallet, skal være 216.

ii) Produktet av sifrene 5 og 9 og hvert av sifrene som står mellom 5 og 9 i tallet, skal være 270.

iii) Produktet av sifrene 6 og 4 og hvert av sifrene som står mellom 6 og 4 i tallet, skal være 1344.

Hvilke åttesifrede tall oppfyller alle betingelsene?

Bruk svararket.

Eksempel:

Tallet 23456789 passer ikke, siden **5**·6·7·8·**9** (= 15120) ikke er lik 270.

2	3	4	5	6	7	8	9

Dette strider altså mot betingelse ii).

Abel MATEMATIKKONKURRANSE

Semifinale 2022

SVARARK OPPGAVE 6

Skole: ________________________________ **Klasse:** ______________

Følgende åttesifrede tall oppfyller alle betingelsene:

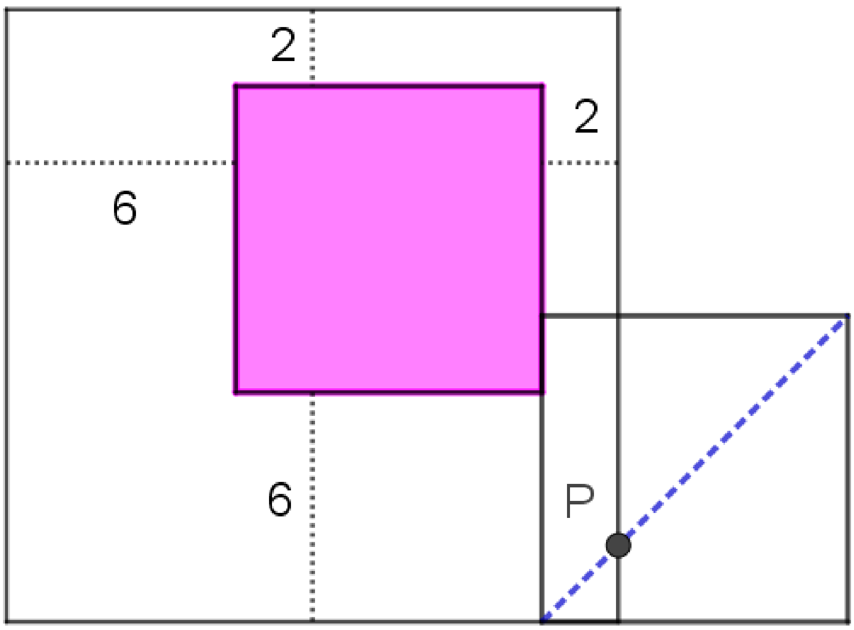
(Det er ikke nødvendigvis så mange løsninger som dette.)

LØSNINGER TIL SEMIFINALEOPPGAVENE 2022

OPPGAVE 1: EN ROSA OG EN HVIT FIRKANT

Skissen nedenfor viser hvordan punktet P vil bevege seg langs et kvadrat med sidelengder lik 16 cm.

Total strekning for punktet P er dermed 64 cm. ($64 = 4 \cdot 16$)

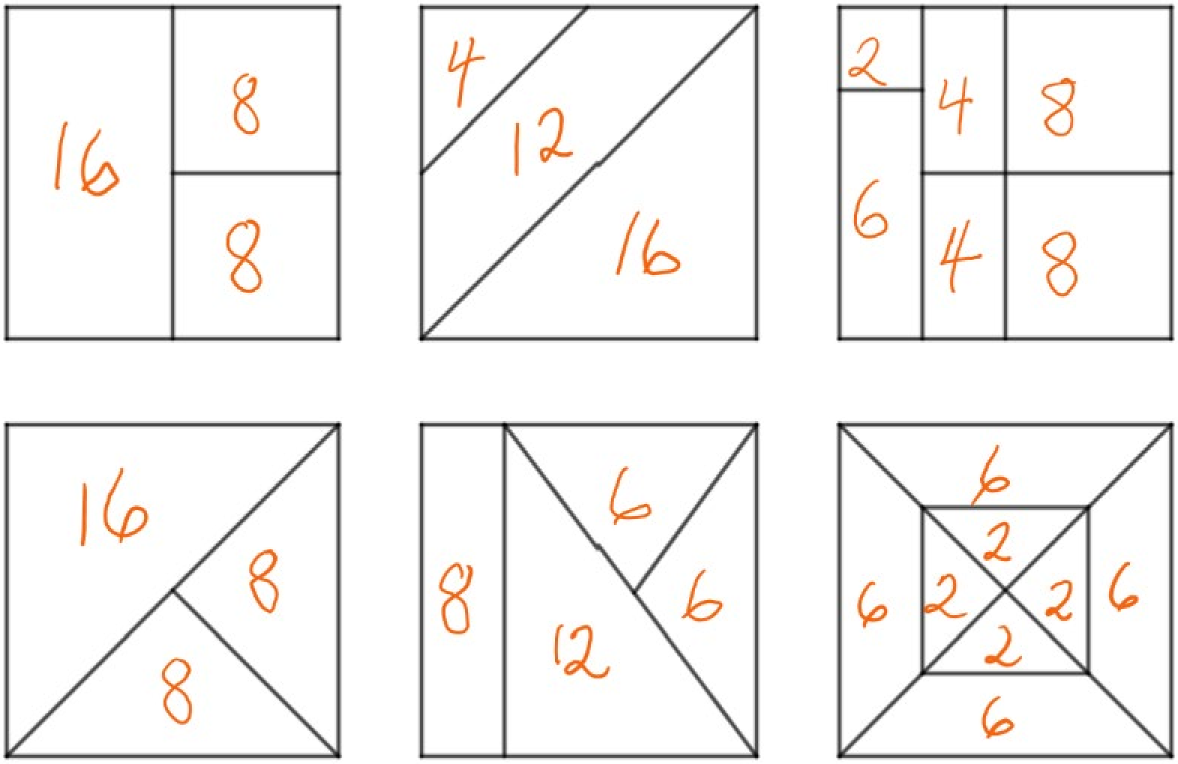


Sentralt å innse her, er at når punktet P ligger en fjerdedel opp langs diagonalen, vil også dens posisjon i «horisontal» og «vertikal» retning også inndeles i samme proporsjon, hvilket gir oss de viktige tallene 2 og 6 i resonnementet vårt.

OPPGAVE 2: DEN KREATIVE BAKEREN

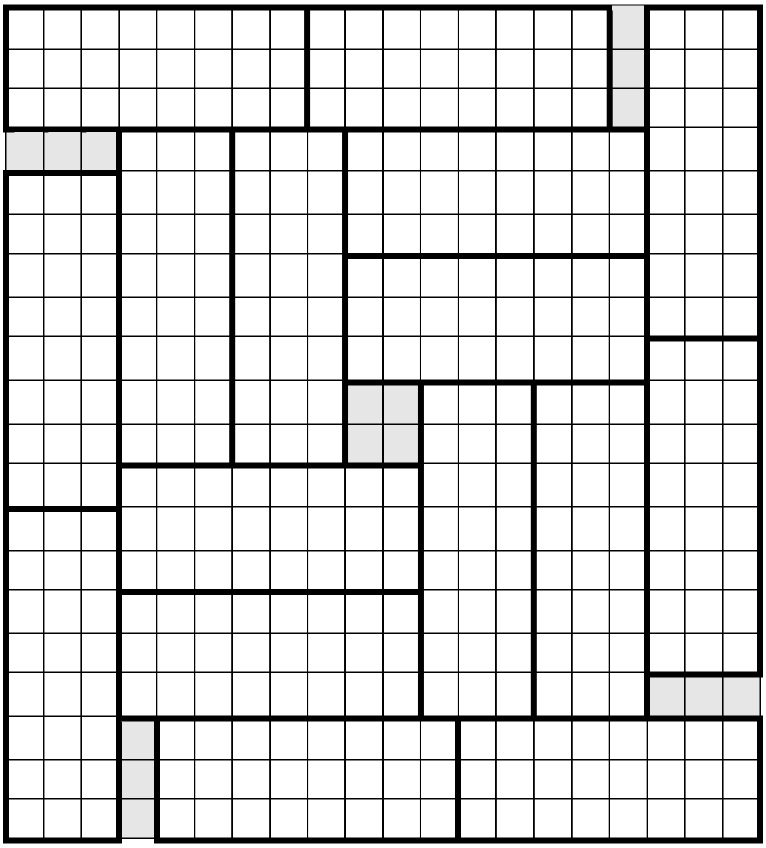
Det gjelder å finne brøkdelene de ulike bitene utgjør. Dersom en bit f.eks utgjør ¼ av en hel kake, vil denne biten koste 8 nordic (8 = 32: 4), siden en hel kake koster 32 nordic.

Priser:



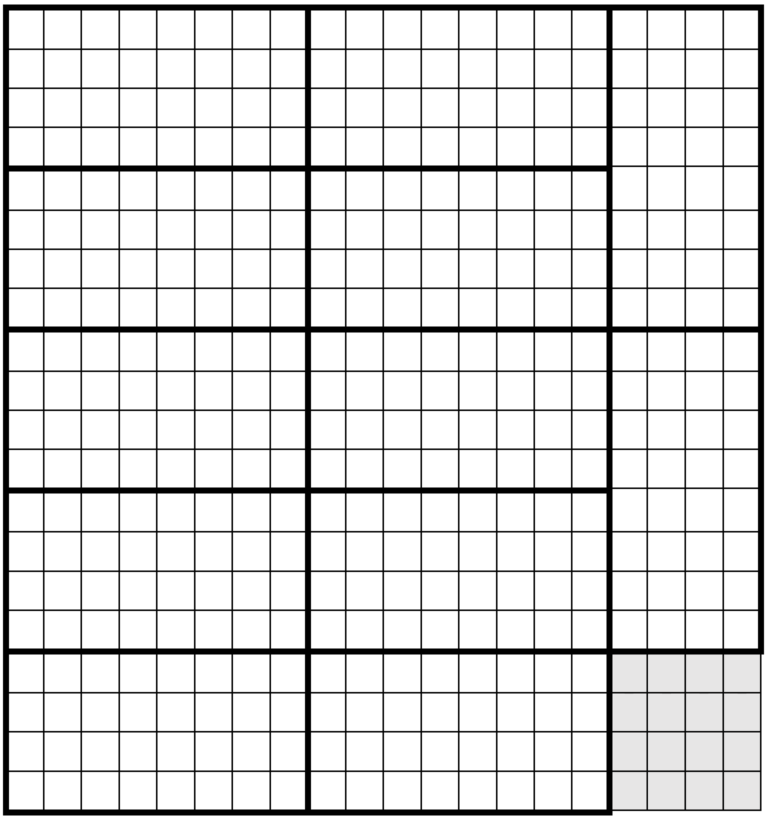
OPPGAVE 3: PLEKSIGLASS

Skissene nedenfor viser gunstig oppskjæring for hvert av de to alternativene:



16 rektangler i format 15 cm x 40 cm.

Salgspris: 16 · 70 kr = 1120 kr.



12 rektangler i format 20 cm x 40 cm.

Salgspris: 12 · 80 kr = 960 kr.

Inntektsforskjellen er dermed 160 kr.

(160 = 1120 – 960)

OPPGAVE 4: SYKKELTUR

Det tar **9 minutter** å sykle hele veien fra Per til Lise.

Det er (som vanlig) flere måter å finne ut dette på. Tre eksempler følger.

Metode A

Hvis vi lar G være gåtiden og S sykletiden, så får vi to likninger:

$3S = G$ og

$S + 12 = \frac{1}{3} \cdot S + \frac{2}{3} \cdot G$

Setter vi inn for G i den nederste finner vi S = 9 min og G = 27 min.

Metode B

En mulig metode, er å definere variable for de ulike størrelsene som inngår:

s = hele strekningen v_1 = sykkelfart v_2 = gangfart

t_1 = tid på hele strekningen med sykkel (denne er det altså vi ønsker å finne)

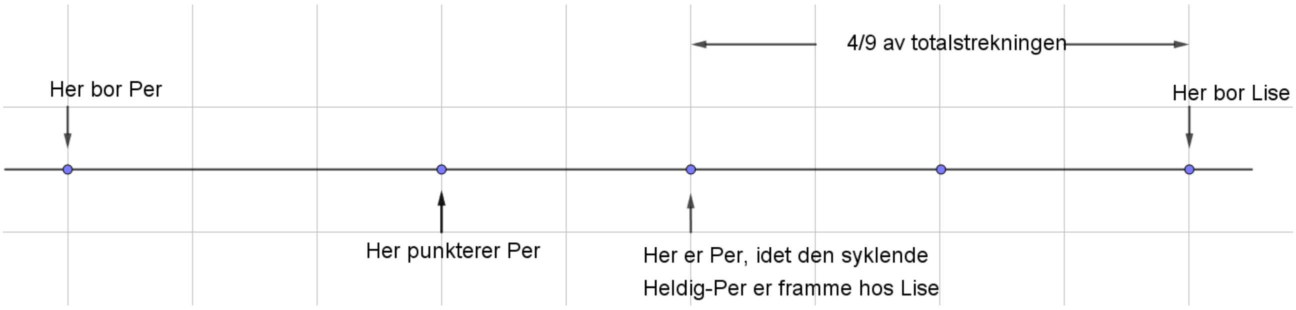
t_2 = tid på hele strekningen gående

Via velkjente sammenhenger mellom vei, fart og tid, samt opplysningene i oppgaven, kan vi sette opp noen aktuelle likninger:

$$\left.\begin{array}{l} s = v_1\, t_1 = v_2\, t_2, \\ t_2 = 3\, t_1 \\ v_1 = 3\, v_2 \\ \frac{\frac{s}{3}}{v_1} + \frac{\frac{2s}{3}}{v_2} = t_1 + 12 \end{array}\right\} \quad \text{Løser disse, og får } t_1 = 9.$$

Metode C

Litt mer elegant (?) kan det være å resonnere seg fram til svaret. Vi kan f.eks innbille oss at Per sykler sammen med sitt alter ego, «Heldig-Per», og som naturligvis ikke punkterer.



Idet Heldig-Per kommer fram til Lise, har Per rukket å gå en tredjedel av den gjenværende strekningen (fra der punkteringen skjedde), dvs det gjenstår to tredjedeler av strekningen fra der punkteringen skjedde, dvs det gjenstår fire ni-deler av totalstrekningen $\left(= \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}\right)$

Og nå må Heldig-Per vente i 12 minutter før Per kommer, dvs det tar 12 minutter å gå fire ni-deler av totalstrekningen, dvs det tar 3 minutter å gå én slik ni-del, dvs det tar 27 minutter å gå hele strekningen mellom Per og Lise. Og altså vil det vanligvis ta 9 minutter å sykle hele veien mellom Per og Lise. (9 = 27:3)

OPPGAVE 5: PALINDROMTALL

Høyeste mulige sum av to tresifrede tall er 1998. Vi ønsker derfor at at summen av tallene skal være firesifret og se slik ut: 1??1. For at siste siffer i summen skal bli én må første siffer pluss siste siffer være 11. Slik at

```
      1
    a b c
+   c b a
   1 ? ? 1
```

Her må nå enten ? på hundrerplassen være 1 (hvis b+b+1 er mindre enn 10) eller 2 (hvis b+b+1 er større enn 10). Dersom ? på hundrerplassen er 2 så må b+b+1 også være 2. Det er ikke mulig siden b er et helt tall. Altså må ? på hundrerplassen være 1 og b være 0. Vi har nå ett tall a0b hvor a+b=11. Velger a så høy som mulig: 9. Da får vi 902.

OPPGAVE 6: ÅTTESIFREDE TALL

Det kan være greit å innføre noen variabler (a, b og c), og oversette betingelsene slik:

i) $3 \cdot 4 \cdot a = 216$, dvs $a = 216/12 = 18$

Aktuelt sifferprodukt her er $2 \cdot 9$ (i passende rekkefølge).

ii) $5 \cdot 9 \cdot b = 270$, dvs $b = 270/45 = 6$

Aktuelt sifferprodukt her er $2 \cdot 3$ (i passende rekkefølge).

iii) $6 \cdot 4 \cdot c = 1344$, dvs $c = 1344/24 = 56$

Aktuelt sifferprodukt her er $7 \cdot 8$ (i passende rekkefølge).

Kravene i) og ii) gir sammen at én av siffersekvensene 53294 eller 49235 må inngå.

Krav iii) gir at én av siffersekvensene 4786 eller 4876 eller 6784 eller 6874 må inngå.

Samlet gir dette dermed **fire** mulige løsninger:

5	3	2	9	4	7	8	6

5	3	2	9	4	8	7	6

6	7	8	4	9	2	3	5

6	8	7	4	9	2	3	5