Oppgaver runde 1: 4. november – 4. desember 2025

Maksimal tid som kan brukes i elevgruppa/klassen er 60 minutter.

Om flere elevgrupper fra samme skole deltar, oppfordrer vi til at konkurransen gjennomføres samtidig for alle gruppene/klassene.

For å oppnå størst mulig deltakelse kan klassen organiseres i grupper. Hver gruppe prøver å løse alle oppgavene, men de ulike gruppene kan begynne på forskjellige steder i oppgavesettet.

Læreren kan tegne opp et skjema på tavla over alle oppgavene og de ulike gruppene. Da ser en fort hvor svarene eventuelt skiller seg og hvor elevene må bruke noe tid på å diskutere seg frem til et felles svar.

Alle hjelpemidler er tillatt, unntatt Internett, AI og andre verktøy som tillater kommunikasjon.

Totalt kan man få 30 poeng for oppgavesettet, maksimalt 5 poeng per oppgave. Det er ikke nødvendig å skrive begrunnelse på andre oppgaver enn de som ber om det.

Lykke til

Oppgave 1: Uttrykk med samme verdi?

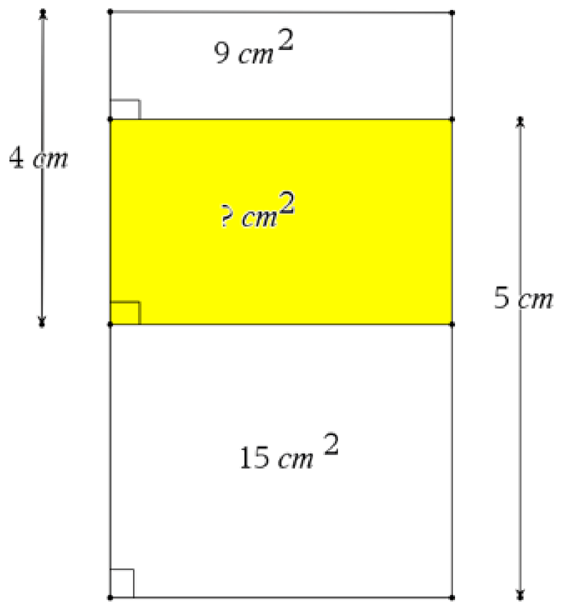
Sammenlikn uttrykkene nedenfor. Noen av dem har samme verdi uansett hvilken verdi variabelen har. Hvilke er det? Finn uttrykkene som har samme verdi uavhengig av variabelen.

A	B	C	D	E	F
$3(a+5)$	$\frac{3a+15}{15}$	$3a$	$\frac{6a+30}{2}$	$3a+15$	$\frac{9a}{3}$

Oppgave 2: Det gule arealet

Se på figuren til høyre.
(Ikke nødvendigvis i korrekt skala.)

Hvor stort areal har det gule rektangelet?



Oppgave 3: 60-meteren

På denne oppgaven skal det begrunnes hvordan dere kommer frem til svaret. Det er mulig å legge ved begrunnelsen som et bilde.

Astrid, Beate og Cecilie springer 60 m.
Idet Astrid løper i mål, er hun 10 m foran Beate og 20 m foran Cecilie.

Med hvor mange meter kommer Beate til å slå Cecilie, dersom vi antar at begge to beholder sin gjennomsnittsfart gjennom hele løpet?

Oppgave 4: Største mulige tall?

For fem positive og forskjellige hele tall gjelder følgende:

a) Fire av tallene er oddetall og ett er partall.
b) Medianen (av de fem tallene) er 20 og gjennomsnittet er 26.
c) To av tallene har sum 26.

Hva er det største mulige tallet som kan være blant de fem tallene?

Oppgave 5: Hvor stor er forskjellen?

Anne har en samling røde, blå, gule og grønne klosser.

Vi vet følgende:

- Antall blå klosser er to tredeler av antall røde.
- Antall gule klosser er 25 % av antall blå.
- Forholdet mellom antall gule og antall grønne klosser er 2 : 5.

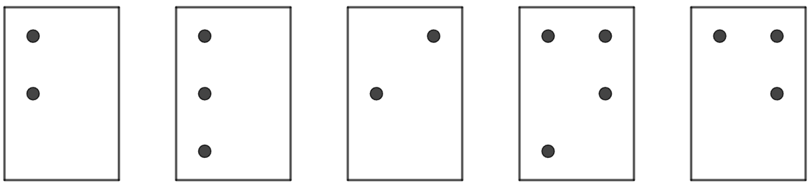
Dersom vi antar at hun har 16 blå klosser, hvor stor er da forskjellen mellom antall røde og antall grønne klosser?

Oppgave 6: Blindeskrift

På denne oppgaven skal det begrunnes hvordan dere kommer frem til svaret. Det er mulig å legge ved begrunnelsen som et bilde.

Tegn (bokstaver, tall og symboler) i blindeskrift lages ved hjelp av punkter som kan stå i seks forskjellige posisjoner. Hvert tegn må ha minst ett punkt. Punktene er laget slik at leseren kan kjenne punktene når fingrene føres over papiret.

Eksempelet nedenfor viser ordet BLIND skrevet med blindeskrift:



Hvor mange forskjellige tegn er det i alt mulig å lage?

Løsningsforslag oppgaver runde 1

Oppgave 1: Uttrykk med samme verdi?

A = D = E   C = F   B er alene

Resonnement og beregninger:
Vi forenkler (omskriver) uttrykkene algebraisk, og sammenlikner.

Oppgave 2: Det gule arealet

Det gule arealet er 15 cm^2.

Resonnement og beregninger:
Vi kan f.eks la «langsiden» i det gule rektangelet være a (cm) og arealet være G (cm^2).

Arealsummen av det nedre hvite rektangelet og det gule, er nå $5a = 15 + G$.
Arealsummen av det øvre hvite rektangelet og det gule, er samtidig $4a = 9 + G$.

Trekker vi disse to likningene fra hverandre, følger det at $a = 15 – 9 = 6$.
Og dermed følger at $G = 5a – 15 = 5 \cdot 6 – 15 = 30 – 15 = 15$.

Oppgave 3: 60-meteren

Beate slår Cecilie med 12 meter.

Resonnement og beregninger:
Idet Astrid løper i mål, har Beate løpt 50 m og Cecilie løpt 40 m. Det betyr at for hver gang Beate løper 10 m, løper Cecilie (40 : 5) m, altså 8 m. Dette skal også gjelde når Beate løper sine siste 10 m inn mot mål. Ved Beates målgang har Cecilie totalt løpt (40 + 8) m = 48 m, og er da slått med 12 m av Beate.

Oppgave 4: Største mulige tall?

Det største mulige tall vi kan ha blant de fem tallene er tallet 83.

Resonnement og beregninger:
Det midterste tallet må være 20 (pga medianen).
To av tallene a og b har sum 26 ($= a + b$), og på grunn av gjennomsnittet 26 følger da at $26 + 20 + c + d = 5 \cdot 26$, dvs $c + d = 84$. Siden både c og d må være oddetall, får vi at minste mulige verdi for c er lik 1, og dermed er største mulige verdi for d er lik 83. Mulige tall med størst mulig d-verdi er 1, 3, 20, 23, 83 eller 1, 5, 20, 21, 83.

Oppgave 5: Hvor stor er forskjellen?

Forskjellen mellom antall røde og antall grønne klosser er 14.

Resonnement og beregninger:
Vi kan la antall røde, blå, gule og grønne klosser hete henholdsvis R, B, Y og G. De tre første opplysningene vi har fått, kan nå oversettes til likningene

$$B = \frac{2}{3}R \qquad Y = \frac{1}{4}B \qquad \frac{Y}{G} = \frac{2}{5}$$

Innsatt verdien B = 16, følger at R = 24, Y= 4 og G = 10, og dermed R – G = 24 – 10 = 14.
(Det går naturligvis an å regne helt uten å innføre variabelnavn også.)

Oppgave 6: Blindeskrift

Det maksimale antallet tegn vi kan lage er 63.

Resonnement og beregninger:
For hver av de seks posisjonene kan vi enten ha et punkt eller ikke. Vi har altså to mulige valg pr. posisjon, som (ved multiplikasjonsprinsippet) gir $2{\cdot}2{\cdot}2{\cdot}2{\cdot}2{\cdot}2 = 2^6 = 64$ mulige kombinasjoner. Men én av disse svarer til at tegnet ikke har et eneste punkt, og dette strider mot forutsetningene. Dermed 64 – 1 = 63.

Oppgaver runde 2: 5. januar – 29. januar 2026

Maksimal tid som kan brukes i elevgruppa/klassen er 60 minutter.

Om flere elevgrupper fra samme skole deltar, oppfordrer vi til at konkurransen gjennomføres samtidig for alle gruppene/klassene.

For å oppnå størst mulig deltakelse kan klassen organiseres i grupper. Hver gruppe prøver å løse alle oppgavene, men de ulike gruppene kan begynne på forskjellige steder i oppgavesettet.

Læreren kan tegne opp et skjema på tavla over alle oppgavene og de ulike gruppene. Da ser en fort hvor svarene eventuelt skiller seg og hvor elevene må bruke noe tid på å diskutere seg frem til et felles svar.

Alle hjelpemidler er tillatt, unntatt Internett, AI og andre verktøy som tillater kommunikasjon.

Totalt kan man få 30 poeng for oppgavesettet, maksimalt 5 poeng per oppgave. Det er ikke nødvendig å skrive begrunnelse på andre oppgaver enn de som ber om det.

Lykke til

Oppgave 1: Lottogevinsten

På denne oppgaven skal det begrunnes hvordan dere kommer frem til svaret. Det er mulig å legge ved begrunnelsen som et bilde.

Karl har vunnet i Lotto, og vil bruke deler av gevinsten til å leie inn hjelp til litt hagearbeid.

Naboens barn, Per og Lise, får oppdraget. Når arbeidet er utført, får Per utbetalt $\frac{1}{3}$ av gevinsten, mens Lise får utbetalt $\frac{1}{4}$ av gevinsten. Per syntes dette ble litt feil, så han ga Lise $\frac{1}{10}$ av det han selv hadde fått. Nå viser det seg at om han hadde gitt Lise ytterligere 25 kr, så ville begge to ha tjent nøyaktig like mye.

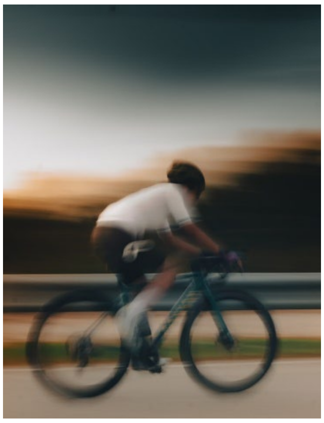
Hvor mye vant Karl i Lotto?

Oppgave 2: Max er forsinket til trening

På denne oppgaven skal det begrunnes hvordan dere kommer frem til svaret. Det er mulig å legge ved begrunnelsen som et bilde.

Max pleier å sykle til trening. En dag syklet han i 20 km/h, og kom 3 minutter for seint. Han regnet etterpå ut at om han bare hadde syklet i 25 km/h istedenfor, ville han akkurat ha rukket treningen, gitt at han dro hjemmefra til samme tid.

Hvor lang sykkelvei har Max til trening?



Illustrasjonsfoto: Unsplash

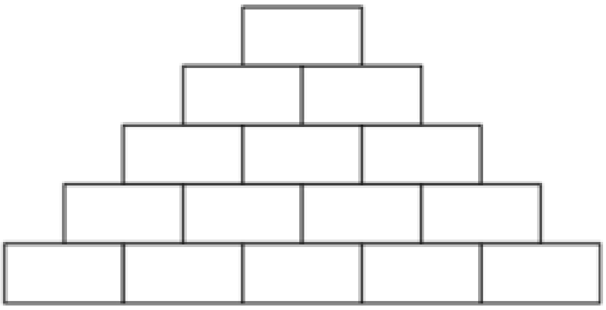
Oppgave 3: Hvor mange oddetall?

Legg ved bilde av figuren med løsningen.

I hver rute i denne tallpyramiden skal det stå et naturlig tall.

Tallet i ruten er lik summen av tallene i de to rutene rett under.

Hvor mange oddetall er det da maksimalt mulig å skrive i tallpyramiden?



Oppgave 4: Siste siffer

Bestem det siste sifferet (altså på enerplass) i tallet $2^{2026} + 6^{2026}$.

Oppgave 5: Hopp uten stopp

Illustrasjonsfoto: Pixabay

På 9. trinn skulle elevene hoppe «uten stopp», og ta tiden til de stoppet.

Tabellen nedenfor viser resultatene:

Varighet (i minutter)	Frekvens (antall elever)
$0 \leq x < 4$	4
$4 \leq x < 8$	?
$8 \leq x < 12$	19
$12 \leq x < 16$	10
$16 \leq x < 20$	10

Gjennomsnittstiden til elevene var 11 minutter.

Hvor mange elever hoppet fra og med 4 til 8 minutter?

Oppgave 6: Rektangler i et kvadrat

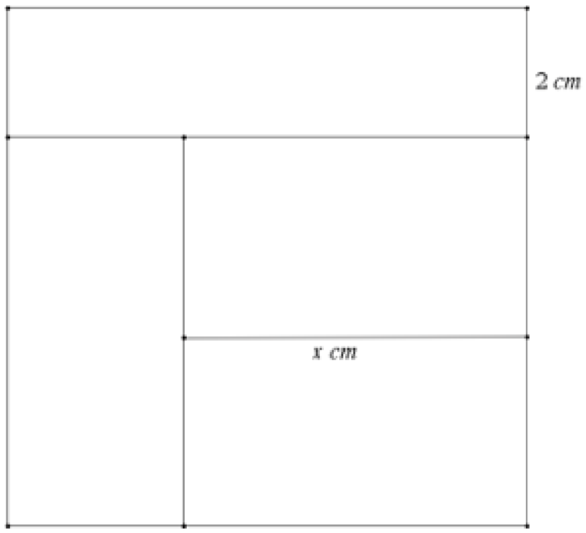
På denne oppgaven skal det begrunnes hvordan dere kommer frem til svaret. Det er mulig å legge ved begrunnelsen som et bilde.

Et kvadrat er inndelt i fire rektangler.

Alle rektanglene har like store areal.

Bestem sidelengden x, markert i figuren.

NB: Figuren er ikke tegnet i korrekt skala.



Løsningsforslag oppgaver runde 2

Oppgave 1: Lottogevinsten

Karl vant 3000 kr i Lotto.

Resonnement og beregninger:
Vi kan si at Karl vant G kr i Lotto og sette opp regnskapene for hhv Per og Lise.

Per: $\frac{G}{3} - \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{G}{3}\right)$ (Per har her gitt Lise $\frac{1}{10}$ av sitt opprinnelige beløp.)
Lise: $\frac{G}{4} + \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{G}{3}\right)$ (Lise har her fått $\frac{1}{10}$ av Pers opprinnelige beløp.)

Dersom nå Per gir Lise 25 kr ekstra, får vi likningen $\frac{G}{3} - \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{G}{3}\right) - 25 = \frac{G}{4} + \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{G}{3}\right) + 25$, siden de da skal ha fått like mye.

Vi løser likningen (for eksempel ved å multiplisere med 60 og rydde opp), og finner G = 3000.

Kontroll:
Per fikk først 1000 kr, og ga 100 kr til Lise, og har da 900 kr.
Lise fikk først 750 kr, og fikk 100 kr fra Per, og har da 850 kr.
Nå ser vi at ved en forskyving av 25 kr fra Per til Lise, vil begge ende opp med 875 kr.

Oppgave 2: Max er forsinket til trening

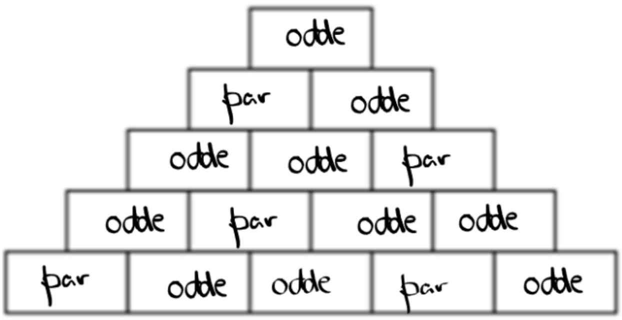
Max har 5 km å sykle til trening.

Resonnement og beregninger:
Vi kan for eksempel tenke oss at «raske Max» og «trege Max» starter hjemmefra samtidig. Da vil «raske Max» kunne sykle videre i 3 min forbi treningsstedet før «trege Max» er framme. Dette tilsvarer 1250 m når hastigheten er 25 km/h. ($\frac{3}{60} \cdot 25\ km = \frac{5}{4}\ km = 1250\ m$) Og siden strekning og hastighet er proporsjonale (s = vt), må «raske Max» ha syklet $\frac{5}{4}$ ganger så langt som «trege Max» ($\frac{25}{20} = \frac{5}{4}$), dvs at 1250 m tilsvarer $\frac{1}{4}$ av avstanden «trege Max» har syklet, og som jo er avstanden vi vil finne. Og den er dermed 4 · 1250 m = 5000 m = 5 km.

Oppgave 3: Hvor mange oddetall?

Det er maksimalt mulig å få plassert ti oddetall i denne tallpyramiden.

For eksempel slik:



Resonnement og beregninger:
Vi kan observere at det er fordelingen av oddetall og partall i den nederste etasjen som éntydig avgjør hvordan det blir videre oppover i pyramiden. Lar vi for eksempel nederste rad kun inneholde partall, blir det bare partall i hele pyramiden. Og lar vi alle de nederste rutene inneholde oddetall, blir disse fem oddetallene de eneste oddetallene i pyramiden.

Oppgave 4: Siste siffer

Siste siffer i tallet $2^{2026} + 6^{2026}$ er 0.

Resonnement og beregninger:
Sjekker vi 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, osv., finner vi en gjentakende sekvens 2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, 6 osv. for deres siste siffer, altså en periode (2, 4, 8, 6) på fire og fire tall utover.
Og siden $2026 = 506 \cdot 4 + 2$, vil tallet 2^{2026} havne på plass nr. to i en periode, dvs slutte på 4.

Videre ser vi av 6^1, 6^2, 6^3, 6^4, 6^5, osv. at 6^n slutter på 6 for alle $n \geq 1$.
Vår sum har altså samme siste siffer som summen $4 + 6 = 10$, altså 0.

Tips: Spesielt interesserte har kanskje moro av å kontrollere den eksakte summen ved å bruke en nettkalkulator for store tall, f.eks www.calculator.net/big-number-calculator.html .

Oppgave 5: Hopp uten stopp

Det var 9 elever som hoppet fra og med 4 til 8 minutter.

Varighet (i minutter)	Frekvens (antall elever)
$0 \leq x < 4$	4
$4 \leq x < 8$	?
$8 \leq x < 12$	19
$12 \leq x < 16$	10
$16 \leq x < 20$	10

Resonnement og beregninger:
Vi får anta at det oppgitte gjennomsnittet er beregnet på grunnlag av det klassedelte materialet, dvs at den enkelte frekvens tilknyttes midtpunktet i dets intervall. (For eksempel regner vi som om alle de 10 elevene i intervallet 16 til 20 hoppet i nøyaktig 18 minutter.)

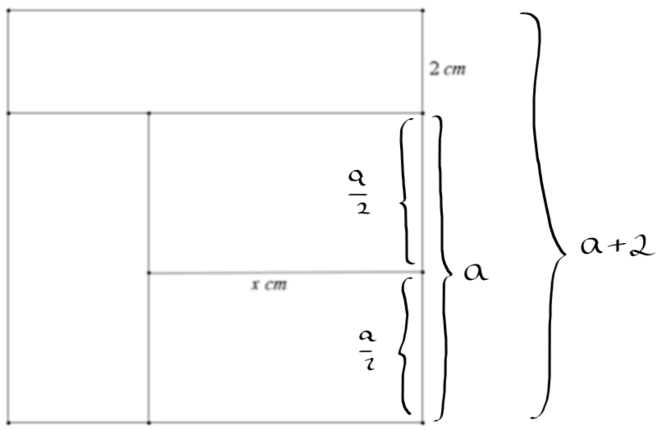
Kaller vi det ukjente tallet for x, får vi da følgende likning:

$$\frac{4 \cdot 2 + x \cdot 6 + 19 \cdot 10 + 10 \cdot 14 + 10 \cdot 18}{4 + x + 19 + 10 + 10} = 11$$

Denne kan forenkles til $6x + 518 = 11x + 473$, med løsning $x = 9$.

Oppgave 6: Rektangler i et kvadrat

Den ukjente sidelengden = x = $\frac{16}{3}$



Resonnement og beregninger:
Vi kan la kvadratet ha sidelengde (a + 2) cm. Arealet av kvadratet er da $(a + 2)^2$ og arealet av det øverste rektangelet er 2(a + 2).

Siden alle de fire rektanglene har like store areal, må dette nødvendigvis være en firedel av hele kvadratarealet, dvs vi har at $4 \cdot 2(a+2) = (a + 2)^2$.

Ved å dividere med (a + 2) på begge sider, følger det at 8 = a + 2, dvs arealet av kvadratet er 64 (= 8^2), og hvert rektangel har altså areal 16 (= 64/4).

Vi får også a = 6 og $\frac{a}{2} = 3$, og dermed må x være lik $\frac{16}{3}$ for at også det nedre, «liggende» rektangelet skal ha areal lik 16, siden dets areal er gitt ved $x \cdot (\frac{a}{2}) = x \cdot 3$.