

## Froskefamiliene

(ide hentet fra Matematikksentret)

Denne rike oppgaven kan brukes på alle nivå, fra 1. årstrinn til videregående opplæring. Hvis elevene utfordres til å bevise de sammenhengene de finner, vil dette også egne seg i R2.

### Hensikt:

Oppøve evnen til å jobbe logisk og systematisk

### Antall elever/gruppestørrelse:

Enkeltvis eller i par.

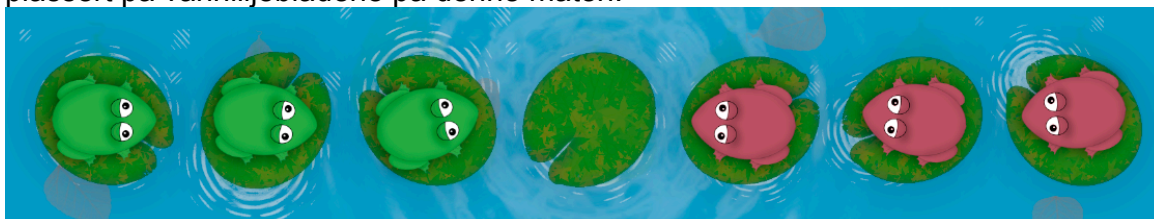
### Utstyr:

Ark med sju ruter på rad.

Brikker med to forskjellig farger.

### Historien

To froskefamilier sitter på vannliljeblader. Hver familie består av tre frosker. De er plassert på vannliljebladene på denne måten:



Midt mellom froskefamiliene er det et ledig vannliljeblad. De røde froskene skal bytte plass med de grønne froskene etter følgende regler:

- de røde froskene har bare lov til å flytte seg mot venstre
- de grønne froskene har bare lov til flytte mot høyre
- det er bare mulig å hoppe til et ledig naboblاد eller over en annen frosk til et ledig blad
- to frosker har ikke lov til å sitte på samme blad
- Når de tre røde froskene sitter på de tre bladene til venstre og de tre grønne på de tre bladene til høyre, er oppgaven løst.

### Oppgaver til elevene

1. Bruk knapper eller brikker til å løse oppgaven praktisk.
2. Når du har klart det, så gjør det igjen. Denne gangen teller du antall hopp
3. Er det for vanskelig å starte med tre frosker på hver side, så start med en eller to frosker på hver side.
4. Prøv samme oppgave med fire frosker på hver side (9 ruter)
5. Lag en tabell der du fører opp antall frosker på hver side i en kolonne og antall hopp fra de starter til alle har byttet plass i en annen kolonne. Prøv å finne en sammenheng mellom tallene i de to kolonnene.



6. Gjett hvor mange hopp som trengs når det er fem frosker på hver side. Test det ut i praksis.
7. Gjett hvor mange hopp som trengs når det er 20 frosker på hver side. Hva med 50 eller 100?
8. Kan du finne en formel som gjør at du kan regne ut antall hopp uansett hvor mange frosker det er på hver side? Kan du bevise formelen?
9. Undersøk hvordan det blir hvis det er to frosker på den ene siden og tre på den andre. Hva med 3 og 4, eller 4 og 6?
10. Kan du forklare eller vise sammenhengen?

### Kommentarer

Elever i ulike aldre og med ulike forutsetninger har taklet oppgavene 1-7 på ulike og kreative måter. Ofte er det elever som ellers ikke er så aktive i matematikkundervisningen som viser stor innsatsvilje og kompetanse på slike oppgaver.

Oppgavene 8-10 er for de mer avanserte elevene. Det er et stort skritt i abstraksjonsnivå.

La elevene selv komme med løsninger og løsningsforslag, og ikke vær redd for at de skal komme med forslag du selv ikke har tenkt på. Det er bare moro.

### Antydning til løsningsforslag

Det viser seg at det trengs 15 hopp når det er 3 frosker på hver side og 24 hopp når det er 4 frosker på hver side.

Elevene legger merke til spesielle ting ved disse tallene, og spesielt når de setter oppat 1 frosk på hver side gir 3 hopp og 2 frosker på hver side gir 8 hopp. Noen ser at det er en mindre enn et kvadrattall, mens andre ser at det er antall frosker ganger det tallet pluss to.

En oversikt over sammenhengen mellom antall frosker på hver side (når det er like mange frosker på hver side) og antall trekk kan vises i en tabell slik:

Antall frosk	1	2	3	4	5	6	....	n
Antall flytt	3	8	15	24	35	48		$n(n+2)$
								$(n+1)^2 - 1$
								$n^2 + 2n$

### Kan det bevises?

Dette er et glimrende eksempel på hva elevene kan arbeide med for å tilegne seg matematisk kompetanse:

Lete etter mønster - Oppdage mønster - Bekrefte mønster - Forklare mønster