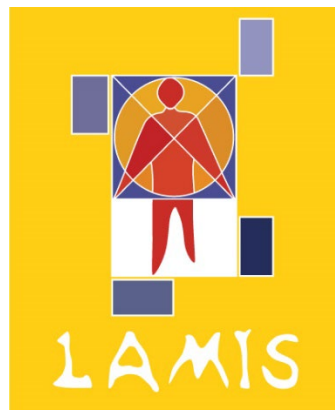


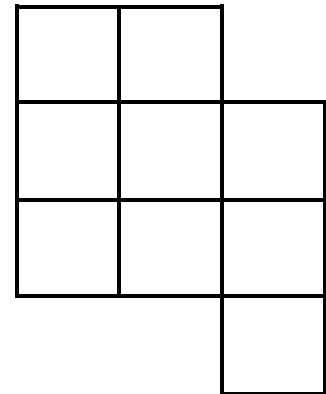


FINALEOPPGAVENE 2022



MATEMATIKKSENTERET
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

OPPGAVE 1: TALLENE 1-9



Dere skal plassere tallene 1-9 i de ni rutene i diagrammet.

Krav til løsningene:

- to nobotall (f.eks. 3 og 4) kan ikke stå i ruter som har
 - en felles side eller
 - et felles hjørne
- ingen tall kan stå i den samme ruten på de ulike løsningene

Finn så mange løsninger som mulig.

Bruk svararket.

SVARARK OPPGAVE 1

Skole: _____ Klasse: _____

Skriv løsningene her

| | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

| | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

| | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

| | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

| | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

| | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

| | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

| | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

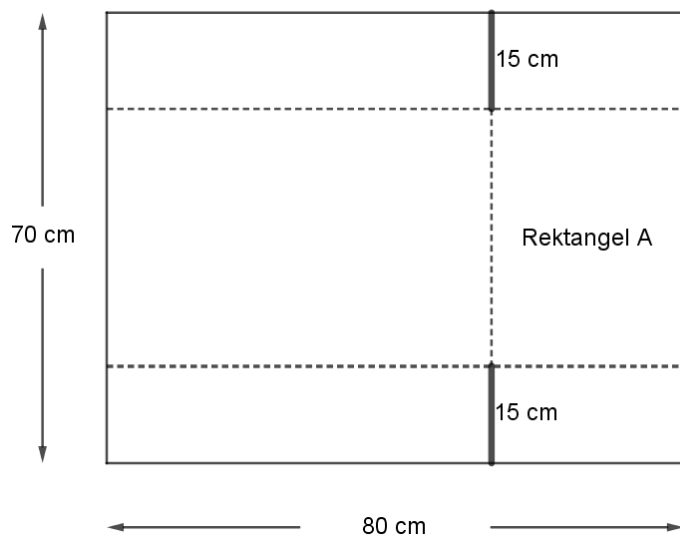
| | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

OPPGAVE 2: ESKE

En prismeformet eske blir solgt flatpakket.

Figuren viser målene på en flatpakket eske.

Forholdet mellom sidelengdene i rektangel A er 3 : 4.

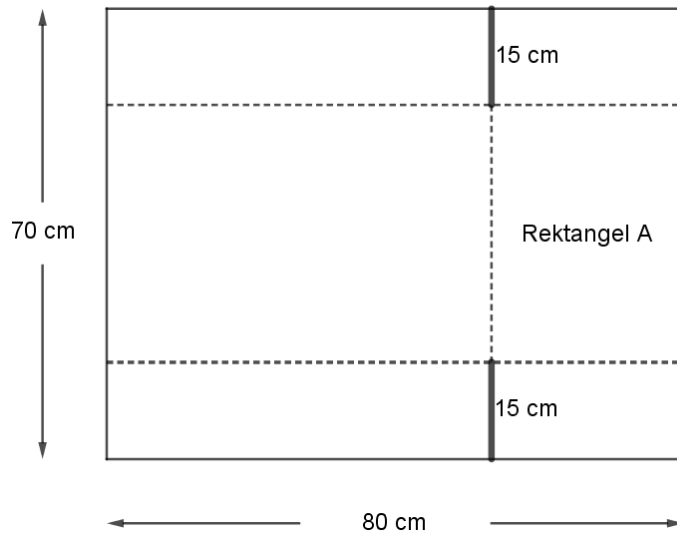


Hvor mange liter rommer esken?

Bruk svararket.

SVARARK OPPGAVE 2

Skole: _____ Klasse: _____



Hvor mange liter rommer esken?

Svar (med beregninger):

OPPGAVE 4: REDD ROBIN

Robin trenger hjelp i svømmebassenget, og livredderen vurderer tre alternativ for å komme raskest mulig ut til Robin:

1. Starte ved bassengkanten og svømme rett bort til Robin
2. Løpe langs kanten og ut på brygge F, og så svømme rett fram til Robin
3. Løpe langs kanten og ut på brygge H, og så svømme rett fram til Robin

Bassenget er kvadratisk.

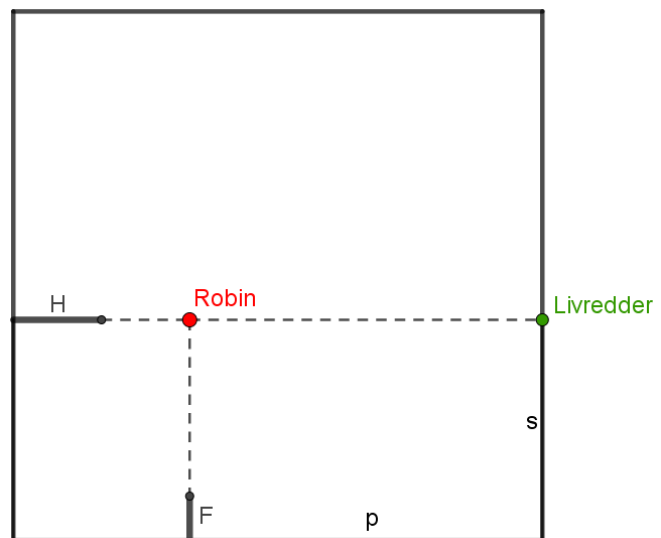
Sidelengden er 48 meter.

Avstanden s fra livredderen til hjørnet er 20 meter.

Avstanden p fra hjørnet til brygge F er 32 meter.

Brygge F er 4 meter lang.

Brygge H er 8 meter lang.



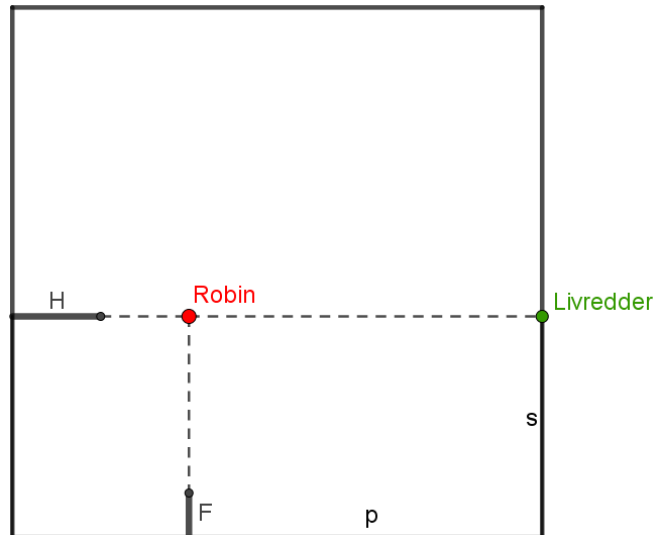
Livredderen løper seks ganger så fort som han svømmer.

Hvilket alternativ bør livredderen velge for å komme raskest mulig fram til Robin?

Bruk svararket.

SVARARK OPPGAVE 4

Skole: _____ Klasse: _____



Livredderen bør velge alternativ nr. ... for å komme raskest fram til Robin.

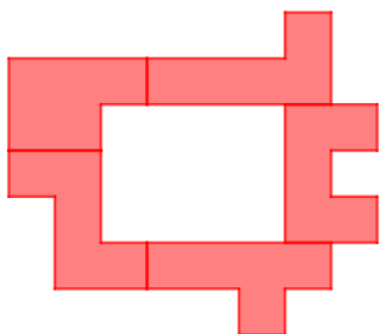
Begrunnelser/beregninger:

OPPGAVE 5: STØRST MULIG REKTANGULÆRT OMRÅDE

Utstyr: Et sett med 12 pentomino-brikker. (Brikkene kan snus, etter behov.)

Dere skal bruke pentomino-brikkene til å ramme inn et rektangel med størst mulig areal.

Eksempel



Dette rektangelet har areal 12.

Bruk svararket.

I tillegg skal løsningen med brikkene ligge framme på bordet.

Merk:

For alle hjørnene i rektangelet skal rammen «fylles ut», eksempelet nedenfor er **ikke** en lovlig hjørneinramming.





SVARARK OPPGAVE 5

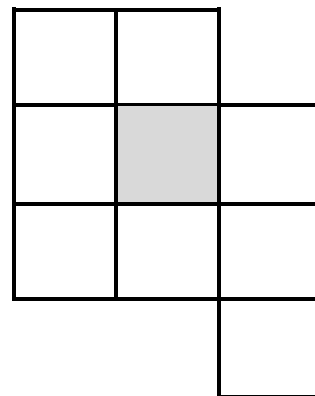
Skole: _____ Klasse: _____

Det størst mulige rektangelarealet er:

MERK: La løsningen med pentamino-brikkene deres ligge framme på bordet.

**LØSNINGER TIL
FINALEOPPGAVENE 2022**

Oppgave 1: Tallene 1-9



Observer at alle tallene 1-9 har *to* nobotall, unntatt 1 og 9.

Dermed er det kun 1 eller 9 som kan stå i den merkede (grå) ruta, siden den ruta kun har én «ikke-nabo» i oppgavens forstand.

(Setter vi f.eks tallet 4 der, blir det umulig å finne en korrekt plassering for både 5 og 6 samtidig.)

Siden to løsninger ikke får lov å ha noen sifre plassert likt, kan det dermed maksimalt bli to løsninger, nemlig ved å plassere henholdsvis 1 og 9 i den grå ruta.

Og det viser seg å gå, innenfor alle kravene, og dermed vet vi at det er *eksakt to* løsninger.

Eksempel:

| | | |
|---|---|---|
| 7 | 5 | |
| 9 | 1 | 3 |
| 4 | 6 | 8 |
| | | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| 5 | 3 | |
| 7 | 9 | 6 |
| 1 | 4 | 2 |
| | | 8 |

Merk: Ved å bytte om litt på sifrene, er det mulig å finne flere *løsningspar*, som også oppfyller alle kravene, men det må uansett bli eksakt to løsninger pr. gang.

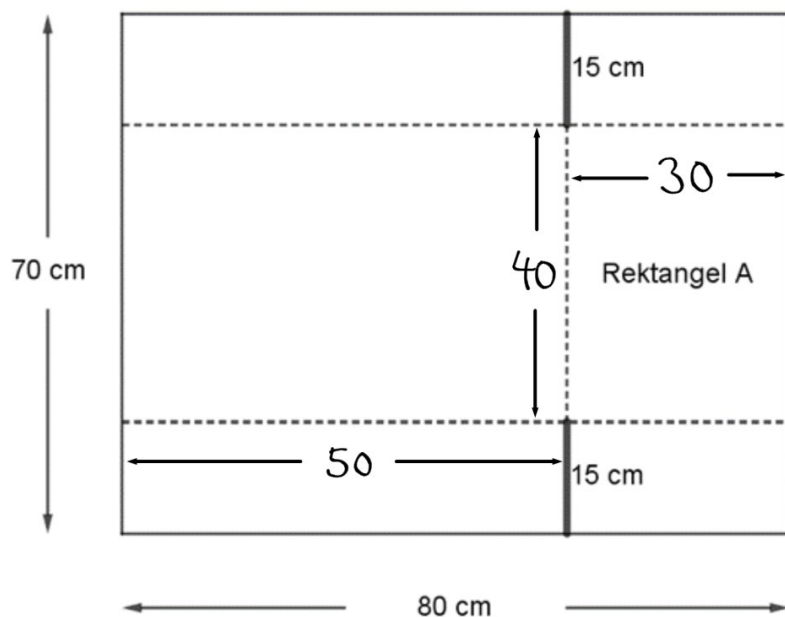
Eksempel på et annet slikt par:

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 6 | |
| 9 | 1 | 3 |
| 7 | 5 | 8 |
| | | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| 5 | 3 | |
| 7 | 9 | 6 |
| 2 | 4 | 1 |
| | | 8 |

Oppgave 2: Eske

Av de oppgitte målene finner vi at langsiden i rektangel A er 40 cm, og dermed må kortsiden være 30 cm for å oppnå forholdet 4:3.



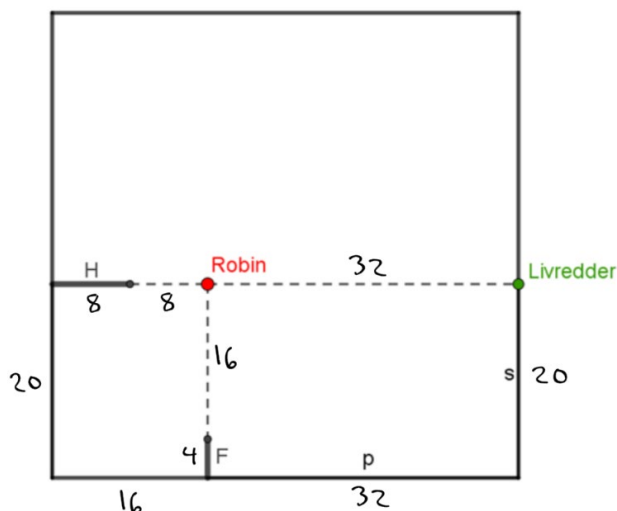
Ferdigbrettet, får vi altså en eske med høyde 40 cm, og med grunnflate $30 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm}$, og dermed har esken et volum på $30 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm}$, dvs $60\,000 \text{ cm}^3$, dvs 60 liter.

Oppgave 4: Redd Robin

Vi kaller løpehastigheten og svømmehastigheten henholdsvis v_L og v_S .

Da gjelder $v_S = \frac{1}{6}v_L$.

Vi bruker så den generelle formelen $t = \frac{s}{v}$ på de ulike delstrekningene for løping og svømming, adderer, og sammenlikner til slutt.



Alternativ 1:
$$t_1 = \frac{32}{v_S} = \frac{32}{\frac{1}{6}v_L} = \frac{6 \cdot 32}{v_L} = \frac{192}{v_L}$$

Alternativ 2:
$$t_2 = \frac{(20+32+4)}{v_L} + \frac{16}{v_S} = \frac{56}{v_L} + \frac{16}{\frac{1}{6}v_L} = \frac{56}{v_L} + \frac{6 \cdot 16}{v_L} = \frac{56+96}{v_L} = \frac{152}{v_L}$$

Alternativ 3:
$$t_3 = \frac{(20+48+20+8)}{v_L} + \frac{8}{v_S} = \frac{96}{v_L} + \frac{8}{\frac{1}{6}v_L} = \frac{96}{v_L} + \frac{6 \cdot 8}{v_L} = \frac{96+48}{v_L} = \frac{144}{v_L}$$

Vi ser at $t_1 > t_2 > t_3$, det er altså alternativ 3 som er raskest.

(Han bør løpe langs kanten og ut på brygge H, og så svømme rett fram til Robin.)

Kommentar:

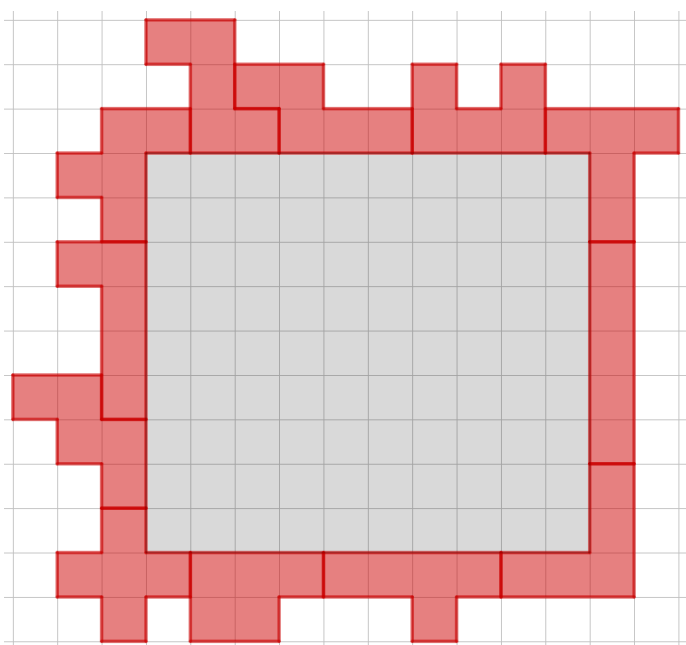
Det er naturligvis den høye løpefarten som spiller inn her. Hadde livredderen f.eks «bare» løpt 3 ganger så fort som hen svømmer, ville vi fått en annen konklusjon. (Sjekk gjerne!)

Oppgave 5: Størst mulig rektangulært område

Vi kan gjerne gjøre oss to refleksjoner innledningsvis:

- 1) Rektangler som likner et kvadrat, utnytter omkretsen mer arealeffektivt enn mer avlange rektangler.
- 2) Hver brikke bør helst brukes slik at en størst mulig del av brikken brukes til rammen. (Men dessverre ikke mulig å optimalisere alle brikkene samtidig, for eksempel er det flere enn fire brikker som «har lyst til» å være hjørnebrikker.)

Eksempel på formasjon som gir et stort rektangelareal:



Areal 90

(= $10 \cdot 9$)